ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 23 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2016

Ю. Н. Горелов (Самара, Самарский университет). **Теоретические основы концепции локально-автономного управления упругими космическими аппаратами.**

В начале 60-х годов прошлого столетия практическое решение задач управления ориентацией для космических аппаратов (КА) с конструкцией ограниченной жесткости была выявлена проблема управления движением упругих КА [1–3], обусловленная взаимодействием системы управления ориентацией КА с упругими колебаниями его конструкции. Эта проблема до настоящего времени привлекает внимание исследователей [4–6], хотя наиболее интенсивная ее разработка проходила в 1970–1980 годах. Полученные при этом результаты нашли отражение в формировании новых подходов к решению задач динамики и управления движением упругих КА [7–9]. Далее изложены теоретические основы подхода, связанного с концепцией локально-автономного управления упругими КА [6], [7] и с принципом квазизатвердевания, как универсального способа управления движением и колебаниями упругого КА с существенно ограниченными и фрагментированными пространственными базами управления и измерения.

1. Проблема управления упругими КА тесно связана с задачами формирования динамических схем и построения моделей движения упругих КА. Этой задаче в свое время были посвящены [1–5], [10–12] и др. Отметим, что для ее решения широко привлекаются эвристические процедуры и расчетно-экспериментальные методы [13], так как основная особенность упругого КА как объекта моделирования и управления состоит в том, что в общем случае это система с распределенными параметрами [1], [14]. Тем не менее, при решении прикладных задач динамики и управления движением упругих КА получили широкое применение конечномерные модели его движения. В связи с этом отметим один из наиболее универсальных методов — метод А. И. Лурье [15], в котором упругие деформации нежесткой части конструкции КА задаются в виде смещений из натурального состояния — $\Delta\mathbf{r}(\boldsymbol{\rho})$ точек, задаваемых радиус-векторами $\boldsymbol{\rho}$ в связанной с несущим скелетом системы координат. При этом

$$\Delta\mathbf{r}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\alpha=1}^{n} q_\alpha \boldsymbol{\Phi}^\alpha(\boldsymbol{\rho}) + \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{\beta=1}^{n} q_\alpha q_\beta \boldsymbol{\Phi}^{\alpha\beta}(\boldsymbol{\rho}) + \cdots, \qquad (1)$$

где q_α — обобщенные или парциальные упругие координаты, $\boldsymbol{\Phi}^\alpha(\boldsymbol{\rho}), \boldsymbol{\Phi}^{\alpha\beta}(\boldsymbol{\rho})$ — система вектор-функций, заданных $\forall\boldsymbol{\rho} \in \mathbf{P}_f$, а $\mathbf{P}_f$ — пространственная база нежесткой части конструкции КА и $\mathbf{P}_0$ — пространственная база несущего тела КА (наиболее жесткой КА, например, его корпуса). В качестве $\boldsymbol{\Phi}^\alpha(\boldsymbol{\rho})$ в (1) удобно выбирать парциальные собственные формы колебаний [10], [14]. Получаемые при этом уравнения движения в силу своей общности находят ограниченное применение, исключая решение задач анализа динамических схем и синтеза специализированных моделей движения упругого КА, необходимых для решения задач управления его движением [6], [16]. Построение таких моделей движения требует не только корректного описания динамической схемы упругого КА, но и соответствующей редукции этих моделей $(n \to \min)$ [6], включая вопрос об их применимости. В конечном счете, при моделировании движения упругого КА необходима оценка границ применимости для него конечномерной модели, которая была получена автором в 1996 г. и приведена в [6]. Она определяется тем, что упругие колебания конструкции КА с частотами, превышающими некоторое значение $\Omega_{\max}$, не допускают их корректного описания. Так как $\Omega_{\max} \approx 2\pi k_\Omega v_{\text{ср}} L_{\text{КА}}^{-1}$, где $v_{\text{ср}}$ — скорость распространения упругих деформаций, а $L_{\text{КА}}$ — характерный размер конструкции КА, то для предельного размера КА, допускающего конечномерные аппроксимации модели его движения, из условия $\widehat{\Omega} \geqslant \Omega_{\max}$ получим

$$L_{\text{КА}} \leqslant 2\pi k_\Omega v_{\text{ср}} \widehat{\Omega}^{-1}. \tag{2}$$

Например, для поправочного коэффициента $k_\Omega \approx 1$, $v_{\text{ср}} = 5000$ м/с и $\widehat{\Omega} = 100$ Гц, из (2) получим $L_{\text{КА}} \leqslant 300$ м.

2. Уравнения возмущенного движения упругого КА как системы с распределенными параметрами в нормальной форме можно записать в следующем виде [14]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\rho}, t)}{\partial t} = \mathbf{L}\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\rho}, t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}, t)\mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}, t), \quad \forall \boldsymbol{\rho} \in \mathbf{P}, \quad \forall t \geqslant t_0, \tag{3}$$

с соответствующими однородными граничными условиями и начальными условиями, а именно: $\mathbf{g_s}\boldsymbol{\varphi}(s, t) = 0, \mathbf{s} \in \partial\mathbf{P}$; $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\rho}, t_0) = \boldsymbol{\varphi}_0(\boldsymbol{\rho})$, $\forall \boldsymbol{\rho} \in \mathbf{P}$. Здесь $\mathbf{L}_\rho, \mathbf{g_s}$ — линейные дифференциальные и интегродифференциальные операторы, характеризующих динамические свойства объекта управления — упругого КА, $\mathbf{P}$ — пространственная база упругого КА (несущего скелета [15]), $\boldsymbol{\rho}$ — вектор пространственных координат, $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\rho}, t)$ — вектор-функция состояния упругого КА (его начальное состояние $\boldsymbol{\varphi}_0(\boldsymbol{\rho})$), $\mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}, t)$ — вектор управляющих параметров. Для затвердевшего в натуральном состоянии упругого КА можно принять: $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 \cup \mathbf{P}_f$, где $\mathbf{P}_0$ — пространственная база несущего тела КА, $\mathbf{P}_f$ — пространственная база его нежесткой части конструкции. В общем случае к (3) также необходимо присоединить уравнение измерений [14]:

$$y(t) = \int_P \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}, t)\, \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\rho}, t)\, d\boldsymbol{\rho}, \tag{4}$$

где матрица $\mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}, t)$ характеризует способ измерения. С помощью $\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}, t)$ из (3) и $\mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}, t)$ из (4) можно ввести пространственные базы управления и измерения:

$$\mathbf{P}_u = \{\boldsymbol{\rho} \in \mathbf{P} : \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}, t) \neq 0\}; \quad \mathbf{P}_y = \{\boldsymbol{\rho} \in \mathbf{P} : \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}, t) \neq 0\}. \tag{5}$$

Согласно теореме Дегтярева–Сиразетдинова [14] для существования оптимального управления для системы (3) по наблюдаемому выходу (4) необходимо $\mathbf{P}_u \cap \mathbf{P}_y \neq \varnothing$.

Если матрицы $\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}, t)$ и $\mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}, t)$ в (5) определены только для $\boldsymbol{\rho} \in \mathbf{P}_0$, тогда $u_0(\boldsymbol{\rho}, t)$ формируется с помощью т. н. основного регулятора упругого КА [6], который является локальным регулятором, что отвечает т. н. централизованному управлению упругим КА. С его помощью обеспечивается не только управление движением несущего тела КА, но и гасятся упругие его колебания, а именно, минимизируются соответствующие возмущения обусловленные такими колебаниями. Если основной регулятор на некотором интервале обеспечивает ограниченность этих возмущений, то такое управление упругим КА называют управлением по принципу квазизатвердевания [6]. В этом случае движение упругого КА условно можно рассматривать как движение твердого тела в виде КА, «затвердевшего» в натуральном состоянии.

3. Принцип квазизатвердевания можно перенести и на случай локального регулятора с ограниченной пространственной базой $\mathbf{P}_\pi \subset \mathbf{P}_f$, если с его помощью минимизируются граничные реакции, действующие на фрагмент $\mathbf{P}_\pi$ со стороны «отброшенной» части конструкции КА. Если для такого регулятора $u_\pi(\boldsymbol{\rho}, t)$ на $\mathbf{P}_\pi$ формируются только по измерениям с $\mathbf{C}_\pi(\boldsymbol{\rho}, t) \neq 0 \quad \forall \boldsymbol{\rho} \in \mathbf{P}_\pi$, то его называют *локально-автономным регулятором* (ЛАР) [6]. Очевидно, что тогда и основной регулятор упругого КА — ЛАР на $\mathbf{P}_0$. В силу имеющихся технических ограничений пространственные базы (5) всегда существенно ограничены и, более того, они могут быть еще и фрагментированы на $\mathbf{P}_f$. Вводя для каждого фрагмента $\mathbf{P}_\pi \subset \mathbf{P}_f$ отдельные ЛАР, получим вместе с основным регулятором КА систему локально-автономного управления, введение которой отвечает концепции локально-автономного управления упругим КА. В общем случае эта концепция не исключает возможности использования конечномерных моделей управляемого движения упругих КА. В ее рамках проектирование системы управления для упругого КА, который тогда рассматривается как составная или, при наличии каких-либо координирующих связей между ЛАР [17], мультиагентная система, и решение соответствующих задач управления включает следующие этапы: во-первых, это оценки эффективности основного регулятора КА, в том числе параметрический анализ динамики упругого КА как объекта управления [6], [16]; во-вторых, формирование такой системы ЛАР, для которой обеспечивается максимальная степень управляемости составной системы [6], и, в-третьих, синтез системы ЛАР.

Решение последней задачи непосредственно связано с выбором пространственной базы $\mathbf{P}_\pi$, обеспечивающей необходимую степень управляемости для упругого КА, под которой здесь понимается отношение какой-либо меры изменения состояния системы за заданное время к затратам ресурсов управления, необходимых для этого. В случае составной системы — упругого КА с системой ЛАР — имеет место закон суммирования парциальных степеней управляемости для каждого ЛАР — S_k, $\quad k = 1, 2, \ldots, N$, включая степень управляемости основного регулятора — S_0 :

$$S_{\text{КА}} = \left(\lambda_0 S_0^{-1} + \sum_{k=1}^{N} \lambda_k S_k^{-1}\right)^{-1}, \tag{6}$$

где λ_k, $\quad k = 0, 1, \ldots, N$, — соответствующие весовые коэффициенты. Закон (6) в концепции локально-автономного управления упругими КА вместе с методами формирования их динамических схем и моделей управляемого движения доставляет теоретические основы рассмотренного здесь подхода к решению проблемы управления такими КА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колесников К. С.*, *Сухов В. Н.* Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. М.: Машиностроение, 1974, 268 с.
2. *Нолл*, *Дейст*, *Спенни.* Взаимосвязь упругости конструкции космического аппарата и системы управления. — Вопросы ракетной техники, 1970, № 2, с. 67–79.
3. *Modi V. J.* Attitude dynamics of satellites with flexible appendages — a brief review. — J. Spacecraft and Rockets. 1974, v. 11, № 11, p. 743–751.
4. *Алпатов А. П.*, *Белецкий В. В.*, *Драновский В. И. и др.* Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Институт компьютерных исследований, 2007, 560 с.
5. *Баничук Н. В.*, *Карпов И.И.*, *Климов Д. М. и др.* Механика больших космических конструкций. М.: Изд-во «Факториал», 1997, 302 с.
6. *Горелов Ю. Н.* Концепция локально-автономного управления упругими космическими аппаратами. — Тр. XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014). Москва, 16-19 июня: Труды. [Электрон. ресурс]. М.: ИПУ РАН, 2014, 9616 с. Электрон. текст. дан. электрон. диск (DVD-ROM). ISBN 978–5–91480–151–5. Номер ГР 0321401153. с. 3431–3441.
7. *Горелов Ю. Н.* Концепция локально-автономного регулирования и парциальные математические модели в динамике упругих КА. — Труды XXVIII Чтений К. Э. Циолковского. Секция «Проблемы ракетной и космической техники» (Калуга, 14–17 сентября 1993 г.). М.: ИИЕТ РАН, 1994, с. 51–56.

8. *Balas M. J.* Active Control of Flexible Sestems. — J. Optimization Theory and Applications. v. 25, № 3, p. 415–436.
9. *Likins P. W.* The new generation of dynamic interaction problem. — J. Astronautical Science, 1079, v. 27, № 2, p. 103–113.
10. *Горелов Ю. Н.* К выводу общих уравнений относительного движения космического аппарата с упруго-деформируемыми элементами конструкции. Куйбышевский авиационный ин-т, 1981, 62 с. Деп. в ВИНИТИ 03.11.81г., № 5024–81.
11. *Докучаев Л. В.* Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. М.: Машиностроение, 1987, 232 с.
12. *Суханов В. М.*, *Рутковский В. Ю.* Уравнения движения и анализ динамики конструкций деформируемых космических аппаратов с разветвленной структурой. М.: ИПУ РАН, 1986, 67 с.
13. *Микишев Г. Н.* Экспериментальные методы в динамике полета космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978, 248 с.
14. *Дегтярев Г. Л.*, *Сиразетдинов Т. К.* Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами. М.: Машиностроение, 1986, 216 с.
15. *Лурье А. И.* Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961, 824 с.
16. *Бочкарев А. Ф.*, *Горелов Ю. Н.*, *Горелова О. И.*, *Титов Б.А.* Проектный анализ динамики упругого космического аппарата. — Тр. XXIV Чтений К. Э. Циолковского. Секция «Проблемы ракетной и космической техники» (Калуга, 12–15 сентября 1989 г.). М.: 1990, с. 91–96.
17. *Горелов Ю. Н.* Об оптимальной координации парциальных процессов управления в составной системе. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2013, т. 20, в. 2, с. 165–169.