ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 23 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2016

В. В. Ильичева (Ростов-на-Дону, ФГБОУ ВО РГУПС). **Внутренние цены в решении задач транспортной оптимизации.**

Будем трактовать железную дорогу как многосвязный экономический объект. Считаем, что дорога разделена на участки, каждый из которых приносит определенную прибыль. Типичный участок дороги характеризуется тремя параметрами: p — объем поступающего в эксплуатацию подвижного состава; q объем неиспользуемого подвижного состава; v^0 начальное количество единиц подвижного состава участка. Обозначим u — количество единиц подвижного состава, используемого на экономические нужды. Динамика общего объема подвижного состава (v^t) участка и объем подвижного состава, используемого на другие нужды (w^t), задаются моделью:

$$\begin{cases} v^{t+1} = (1-\alpha)(v^t - u^t) + p, \\ w^{t+1} = \alpha(v^t - u^t), \end{cases} \tag{1}$$

α —- доля перехода $(0 < \alpha < 1)$. Предполагается, что должны выполняться ограничения $0 \leqslant u^t \leqslant v^t$ и $w^t \geqslant q$ для всех t.

Пусть r функция полезности от эксплуатации подвижного состава, тогда бесконечное семейство управлений $\{u^t\}$ должно максимизировать целевую функцию:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t\, r(u^t), \tag{2}$$

где γ коэффициент дисконтирования $(0 < \gamma < 1)$. Можно показать, что существует единственное решение задачи (1) + (2). Обозначим через $B(v^0, p, q)$ — максимальное значение суммы (2) при заданном начальном v^0 и параметрах p, q. Непрерывная функция Беллмана B возрастает по первым двум переменным и убывает по третьей переменной.

Оптимальное управление зависит от v. Так, для малых v объем u равен нулю, а при больших v монотонно возрастает.

При $u > 0$ имеет место важное соотношение:

$$\frac{\partial B}{\partial v} = r'(w), \quad \text{где} \quad u = u(v).$$

Величину $\frac{\partial B}{\partial v}$ естественно назвать внутренней ценой единицы подвижного состава (на данном участке). Здесь возможно следующее упрощение. Так, обнаружено, что в модели (1) при оптимальном управлении ее переменные выходят на устойчивый стационарный режим $(\overline{x}.\overline{u})$. В частности, $\overline{u} = p - q$ при $p > q$. Значит, при $\gamma \approx 1$ в сумме (2) определяющим будет коэффициент $r(p-q)$, который назовем асимптотическим значением дохода. Соответственно, будем считать $r'(p-q)$.

Это понятие позволяет эффективно решать разнообразные задачи распределения подвижного состава по сети железнодорожных магистралей.