

Д. П. К о ж а н (Москва, ПАО Сбербанк). **Сверточные критерии однородности в финансовых задачах скорейшего обнаружения.**

Гипотеза однородности для распределений с плотностью имеет вид $H_0 : f(x) = g(y)$ и в терминах функции распределения $H_0 : F(x) = G(y)$ (см., например, [1]).

1. Построение сверточных критериев однородности на основе критериев симметрии

Приведем сводку критериев симметрии, на которых строятся сверточные критерии однородности. Статистика симметрии

$$H_{2n} = n \sum_{j=1}^n \left(F_{2n}(-x_j) + \frac{j}{2n} - 1 \right) \left(F_{2n}(-x_{j+n}) + \frac{j+n}{2n} - 1 \right)$$

на основе свертки I типа винеровских процессов $\eta = \frac{1}{2} \int_0^1 w(1-t)w(t) dt$ построена в [3, с. 48].

В [6, с. 86] построены статистика симметрии

$$T_n = n \sum_{j=1}^n \left(F_n(-x_j) + \frac{j}{n} - 1 \right) \left(F_n(x_j) - \frac{j}{n} \right)$$

на основе свертки I типа броуновских мостов $\tau = \int_0^1 \xi(1-t)\xi(t) dt$ и статистика симметрии

$$\Theta_n = n \sum_{j=1}^n \left(F_n(x_j) + \frac{j}{n} - 1 \right) \left(F_n(x_{j+1}) - F_n(x_j) + \frac{1}{n} \right)$$

на основе свертки II типа броуновских мостов $\Theta = \int_0^1 \xi(1-t) d\xi(t)$ и приведены их характеристические функции, плотности и функции распределения. Последний интеграл определен автором в [5], вычисления предельных распределений H_{2n} можно найти в [3, с. 48], T_n в [4], Θ_n в [8], а асимптотическая мощность для любых альтернатив приведена в [7].

Рассмотрим две выборки $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ из $\mathcal{R}_+$. Проверка гипотезы об однородности выборок эквивалентна проверке гипотезы симметрии относительно нуля распределения объединенной выборки $\{-x_n\} \cup \{y_n\}$. Строим по объединенной выборке $\{-x_n\} \cup \{y_n\}$ эмпирическую функцию распределения $F_{2n}(t)$, затем отображаем ее в $F_n^*(t)$, далее, используя, что $\xi_n(t) = \sqrt{n}(F_n^*(t) - t)$ и $\xi_n(t) \rightarrow \xi(t)$ при $n \rightarrow \infty$, подставляем в их в статистики H_{2n} , T_n и Θ_n . По таблицам распределений предельных статистик в [6] находим квантили уровня α . Гипотеза однородности T_n отвергается, если, τ_n больше $\tau_{1-\alpha/2}$ или τ_n меньше $\tau_{\alpha/2}$, где α — заданный уровень значимости для H_0 . Построенные три критерия непараметрические.

2. Приложения в финансовых задачах скорейшего обнаружения

В работе [2] описано использование критерия однородности Манна-Уитни для скорейшего обнаружения «разладки» процесса. Очевидно, что сверточные критерии

однородности существенно проще в практическом применении, чем критерий Манна-Уитни — не нужно делать громоздких дополнительных модификаций, две упорядоченные выборки просто объединяются и подставляются в статистики критериев. Следуя [9], приведем пример применения сверточных критериев однородности в инвестициях и техническом анализе.



Рис. Торговые сигналы по инструменту нефть сорта Brent. Черные кружки — сигналы на покупку, серые многоугольники — на продажу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное издание. М.: Финансы и статистика, 1983, с. 471.
2. Дарховский Б. С. Непараметрический метод для апостериорного обнаружения момента «разладки» последовательности независимых случайных величин. — Теория вероятн. и ее примен., 1976, т. XXI, в. 1, с. 180–184.
3. Клячко А. А., Солодяников Ю. В. Вычисление распределения свертки винеровского процесса. — Проблемы передачи информации, 1985, т. 21, № 4, с. 41–48.
4. Клячко А. А., Солодяников Ю. В. Вычисление характеристических функций некоторых функционалов от винеровского процесса и броуновского моста. — Теория вероятн. и ее примен., 1986, т. XXXI, в. 3, с. 569–573.
5. Кожан Д. П. Определение стохастического интеграла от упреждающей функции. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2016, т. 23, в. 4, с. 358–359.
6. Кожан Д. П. SPC-настройка PD-модели. Финансовые контрольные карты. — Управление финансовыми рисками, 2017, № 2, с. 86–105.
7. Кожан Д. П. Вычисление асимптотической мощности критерия симметрии на основе свертки второго типа от броуновских мостов. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2017, т. 24, в. 1, с. 68–69.
8. Солодяников Ю. В., Кожан Д. П. Вычисление характеристических функций квадратичных функционалов от винеровских процессов. — Вестник СамГУ, 2003, № 4, с. 64–70.
9. Ширяев А. Н. Стохастические задачи о разладке. МЦНМО: 2016, с. 392.