

В. И. Астафьев (Самара, СамГУ). **Граничные условия на несплошностях в задачах подземной гидромеханики.**

Современные геофизические исследования позволяют получить детальное представление о тектоническом строении месторождений, увидеть, что месторождения пересечены разломами и иными несплошностями. Для моделирования влияния таких несплошностей на работу месторождения необходимо сформулировать для них дополнительные граничные условия.

В данной работе предложены дополнительные граничные условия, позволяющие моделировать процесс фильтрации жидкости при наличии несплошности нефтяного пласта. Такую несплошность, которая может быть как тектоническим нарушением, так и технологической трещиной ГРП, представляют в виде узкой протяженной области, отличающейся по проницаемости от основного пласта. В математическом плане — это некоторая линия разрыва решения, «толщина» которой $\delta(s)$.

Итак, пусть пласт имеет проницаемость k с давлением $p(x, y)$, а k_f и p_f — соответствующие значения проницаемости и давления в несплошности. Если движение жидкости в пласте и в несплошности подчиняется закону Дарси, то вектор скорости фильтрации в пласте будет иметь вид:

$$v_x = \frac{k \delta p}{\mu \delta x}; \quad v_y = \frac{k \delta p}{\mu \delta y}. \quad (1)$$

Аналогично, вектор скорости фильтрации в несплошности в криволинейной системе координат (t, n) будет иметь вид:

$$v_t^f(s) = -\frac{k_f \delta p_f}{\mu \delta t}; \quad v_n^f(s) = -\frac{k_f \delta p_f}{\mu \delta n}. \quad (2)$$

Усредняя по толщине несплошности $\delta(s)$ уравнение несжимаемости и уравнения (2), получим

$$\begin{cases} \frac{dq(s)}{ds} + v_n^+(s) - v_n^-(s) = 0, \\ q(s) = -\frac{k_f \delta(s)}{2\mu} \frac{d}{ds} (p^+(s) + p^-(s)), \\ \frac{\delta(s)}{2} (v_n^+(s) + v_n^-(s)) = -\frac{k_f}{\mu} (p^+(s) - p^-(s)); \end{cases} \quad (3)$$

где $q(s)$ — суммарный поток жидкости вдоль несплошности, $v_n(s)$ — скорость притока жидкости из пласта в несплошность через ее верхний и нижний берега разреза, а $p(s)$ — давление на верхнем и нижнем берегах разреза.

С использованием комплексного потенциала течения $\varphi(z)$ уравнения (3) будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dq(s)}{ds} = \frac{k}{\mu} \frac{d}{ds} \operatorname{Im}(\varphi^+ - \varphi^-), \\ q(s) = -\frac{k_f \delta(s)}{2\mu} \frac{d}{ds} \operatorname{Re}(\varphi^+ + \varphi^-), \\ -\frac{k \delta(s)}{\mu} \frac{d}{ds} \operatorname{Im}(\varphi^+ + \varphi^-) = -\frac{k_f}{\mu} \operatorname{Re}(\varphi^+ - \varphi^-). \end{cases} \quad (4)$$

Из системы (4) для φ^+ и φ^- получаются следующие два дополнительных граничных условия на несплошности:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{Im}(\varphi^+ - \varphi^-) = -\frac{k_f \delta(s)}{2k} \frac{d}{ds} \operatorname{Re}(\varphi^+ + \varphi^-), \\ \frac{k \delta(s)}{k_f 2} \frac{d}{ds} \operatorname{Im}(\varphi^+ + \varphi^-) = \operatorname{Re}(\varphi^+ - \varphi^-). \end{array} \right. \quad (5)$$

В осесимметричном относительно оси ОХ случае, когда несплошность занимает отрезок $(-l, l)$, граничные условия (5) примут вид:

$$\operatorname{Im} \varphi = F_{CD} \sqrt{1 - \xi^2} \operatorname{Re} \varphi', \quad (6)$$

где $\xi = xi/l$ — безразмерная координата, $F_{CD} = k_f \delta_0 / 2kl$ — безразмерный коэффициент проводимости несплошности.