

О.Ю.Брюквина, А.М.Ветошкин, А.В.Корольков, В.Б.Сапожников (Москва, МФМГТУ им.Н.Э.Баумана, МГТУ им.Н.Э.Баумана). **Падение капли воды на поверхность жидкого азота.**

Криогранулирование — процесс получения замороженных капель жидкости путем погружения их в криогенную среду. Математическое моделирование этого процесса представляет практический интерес для отработки технологий получения моноразмерных сферических гранул с целью использования их в дальнейшем для производства различных хозяйственных материалов [1]. С точки зрения прикладной промышленной математики — это хороший пример использования методов решения классических задач вычислительной математики для решения комплексных технологических проблем в промышленности. Проиллюстрируем это на примере задачи о падении капли воды на поверхность жидкого азота.

Обозначения и данные:

R — радиус капли
 Y — координата вдоль линии контакта
 $h(y)$ — высота канала
 U — скорость движения капли в начальный момент
 x — координата центра капли
 T_f — начальная температура жидкости
 T_0 — температура кристаллизации воды (273.15 K)
 T_n — температура азота
 ρ_{of} — плотность жидкости и льда (1000 кг/м^3)
 ρ_n — плотность азота (807 кг/м^3)
 ρ_p — плотность пара (4.61 кг/м^3)
 r_- — скрытая теплота кипения (197600 Дж/кг)
 Lam_n — теплопроводность азота (0.115 Вт/м K)
 Lam_p — теплопроводность пара (0.0075 Вт/м K)
 μ_n — динамическая вязкость азота (0.00017 н с/м^2)
 cp_n — теплоемкость азота (1950 Дж/кг K)
 cp_p — теплоемкость пара (1150 Дж/кг K)
 cp_f — теплоемкость воды (4220 Дж/кг K)
 cp_l — теплоемкость льда (2120 Дж/кг K)
 L_f — скрытая теплота кристаллизации воды (333000 Дж/кг)
 Lam_f — теплопроводность воды (0.57 Вт/м K)
 Lam_l — теплопроводность льда (2.22 Вт/м K)
 g_0 — ускорение свободного падения (9.8 м/с^2)

Вода имеет комнатную температуру, а жидкий азот — температуру, близкую к температуре кипения. При соприкосновении капли с поверхностью жидкого азота возникает эффект Лейденфроста [2], в соответствии с которым между поверхностью капли и поверхностью жидкого азота образуется слой паров азота (зазор), изолирующий каплю от непосредственного контакта с жидким азотом [3]. Поток тепла через слой паров азота определяет интенсивность парообразования и величину давления в изолирующем слое, а также интенсивность замерзания капли в области контакта.

В системе отсчета, связанной с каплей, на неё действует сила тяжести, сила инерции и сила, создаваемая давлением паров азота в изолирующем слое. Первые две силы стремятся погрузить каплю в жидкий азот, а третья сила препятствует этому. В зависимости от соотношений величин этих сил возможны различные динамические процессы взаимодействия капли и объема жидкого азота. Капля может сразу «утонуть» и замерзнуть в объеме жидкого азота. Капля может частично погрузиться в жидкий азот, после чего совершать колебательные движения около некоторого равновесного положения, постепенно погружаясь по мере замерзания. Капля может быть полностью вытолкнута из объема жидкого азота, после чего вновь падать на поверхность, совершая автоколебания до тех пор, пока не остынет в достаточной степени, чтобы окончательно погрузиться в объем жидкого азота.

В настоящей работе представлена математическая модель динамических и тепловых процессов взаимодействия капли воды, падающей на поверхность жидкого азота, с объемом жидкого азота. Были приняты следующие основные допущения:

- Описываемый процесс обладает осевой симметрией.
- Шарообразная форма капли неизменна.

— Пренебрегаем теплообменом капли воды и смесью воздуха с парами азота над поверхностью жидкого азота. На рис. 1 изображена расчетная схема и представлены основные обозначения. Используется цилиндрическая система координат относительно вертикальной оси симметрии, проходящей через центр капли (рис. 1 а). Для капли и зазора между каплей и азотом введена локальная осесимметричная полярная система координат (рис. 1 б).

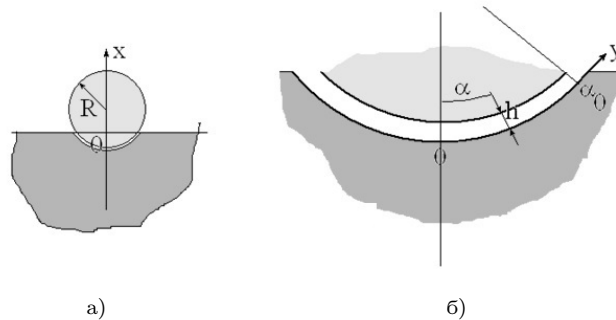


Рис. 1. Расчетная схема

Реализация математической модели предполагает совместное решение ряда классических нестационарных задач тепло- и массопереноса. Модель содержит большое число параметров. Это геометрические размеры, физические свойства воды, жидкого азота и паров азота, начальные состояния системы. Для простой и прозрачной интерпретации результатов реализации модели в вычислительном эксперименте использовались размерные величины (в системе СИ).

В качестве управляющих параметров приняты радиус капли и ее начальное положение — вертикальная координата центра капли.

Марш по времени осуществлялся с заданным шагом, определяемым из условия практической устойчивости в следующем порядке:

• Определяется пятно контакта капли с жидким азотом в данный момент времени.

• Решается задача Стефана в шаре (в капле) при температуре на поверхности, контактирующей с азотом, равной температуре кипения азота за период с предыдущего момента времени до текущего. Решается уравнение нестационарной теплопроводности

$$C(T)\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(\lambda(T)\nabla T) = Q(T)$$

с учетом изменения удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности при замерзании воды.

• Определяется распределение потока тепла от капли воды к азоту, исходя из поля температур в шаре. Распределение потока тепла пересчитывается в распределение потока пара азота в зазоре.

• Определяется распределение скоростей и давлений в одномерном осесимметричном сферическом канале (зазоре), решая систему одномерных уравнений Навье-Стокса (уравнение переноса импульса и уравнение неразрывности)

$$\begin{cases} u \frac{du}{dy} = \frac{1}{ro_p} \frac{dP}{dy} \\ \frac{d(uS)}{dy} = \frac{q(y)}{r-ro_p} 2\pi R \sin\left(\frac{y}{R}\right) \end{cases}, \quad (1)$$

где $S = 2\pi R \sin(y/R)h$ — площадь сечения канала по координате y .

При формировании системы уравнений использованы следующие допущения:

— Толщина зазора постоянна по угловой координате α (рис. 1б).

— Давление на выходе из канала равно давлению окружающей среды.

Для решения этой системы вместо $q(y)$ использовано среднее значение потока тепла через поверхность контакта капли с жидким азотом. Благодаря этому удается оценить текущую толщину зазора h , и система (1) легко интегрируется. В результате из (1) получены распределения скоростей и давления

$$u(y) = \frac{qR}{r-ro_p, h} \frac{(1 - \cos(y/R))}{\sin(y/R)}$$

$$P(y) = \frac{ro_p}{2} \left(\frac{qR}{r-hro_p} \right)^2 \left(\left(\frac{1 - \cos(y_0/R)}{\sin(y_0/R)} \right)^2 - \left(\frac{1 - \cos(y/R)}{\sin(y/R)} \right)^2 \right).$$

• Вычисляется интегрированием распределения давления по поверхности контакта капли сила, действующая вертикально вверх.

$$F = \int_0^{y_0} P(y) 2\pi R \sin\left(\frac{y}{R}\right) dy = \pi R^2 ro_p \left(\frac{qR}{r-hro_p} \right)^2 [I_1 - I_2],$$

где

$$I_1 = \left(\frac{1 - \cos(y_0/R)}{\sin(y_0/R)} \right)^2 (1 - \cos\left(\frac{y_0}{R}\right)), \quad I_2 = -2 \left(\ln\left(\cos\frac{y_0}{R}\right) + 1 \right) - \ln(2) + \cos\left(\frac{y_0}{R}\right) - 1.$$

Вес капли $F_p = V ro_f, g_0 = \frac{4}{3} \pi R^3 ro_f g_0$.

Сила плавучести $F_g = \frac{1}{3} \pi H^2 (3R - H) (ro_f - ro_n) g_0$

Здесь H — высота шарового сегмента $H = R(1 - \cos(y_0/R))$

Новое ускорение

$$A = \frac{F_p - F_g - F}{V ro_f}$$

Новое положение капли и новая скорость.

$$x = x + U d\tau, \quad U = U + A d\tau$$

Расчеты проводились для начальных данных, представленных в таблице (радиус капли в м, относительная высота центра капли над поверхностью в радиусах капли).

Таблица

Вариант	00050_1	00100_1	00100_2	00150_1	00200_1	00200_2
Радиус	0.0005	0.001	0.001	0.0015	0.002	0.002
Высота	1	1	2	1	1	2

На рис. 2 представлены изменения координат центра капли во времени при различных начальных значениях.

На основании представленных результатов можно сделать вывод, что частота колебаний капли зависит от ее размера (чем меньше радиус капли, тем частота ниже), а амплитуда тем больше, чем больше скорость падения капли на поверхность жидкого азота.

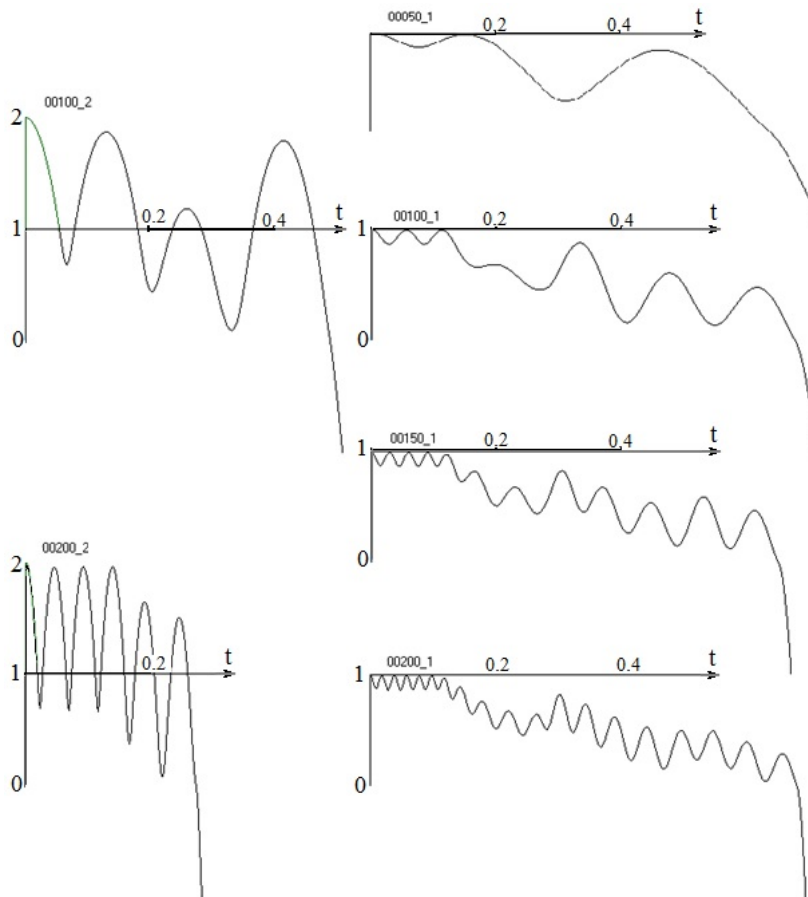


Рис. 2. Изменения координат центра капли во времени при различных начальных значениях (время в секундах, координата центра капли отнесена к радиусу капли, нулевое значение координаты соответствует поверхности жидкого азота)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белуков С. В., Ермолаева П. Ю., Сапожников В. Б. Разработка рекомендаций по рациональным режимным параметрам процесса замораживания гранул жидких суспензий с применением азотных температур. — Холодильная техника, 2017, № 8, с. 41–45. (0663 п.л./0,31 п.л.).
2. Лейденфрост И. Г. Трактат о некоторых свойствах обыкновенной воды = Johann Gottlob Leidenfrost. De aquae communis nonnullis qualitatibus. Duisburg, 1756.
3. Belukov S. V., Kimens P. Yu., Korolkov A. B., Sapozhnikov V. B. On the time length of small-sized water droplets' freezing in a liquid nitrogen medium in the process of cryogranulation. Abstracts book. IV International conference for young scientist "Low Temperature Physics" 3–7 June 2013. B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering The National Academy of Sciences of Ukraine, 2013, p. 129. (0,06 h.h./0,03 p.p).