

В. А. Зотов (Москва, МАИ). **Локальные и глобальные параметры процесса истечения жидкости из сосудов.**

УДК 532.5

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_1

Резюме: Рассмотрена математическая модель истечения жидкости из сосуда. Найдены локальные и глобальные характеристики истечения.

Ключевые слова: отверстие, жидкость, истечение, характеристика.

Все параметры, характеризующие процесс истечения вязкой несжимаемой жидкости из открытого сверху сосуда переменного сечения $S(h)$ и высоты H через малое отверстие площади $P(t)$ со скоростью $V(h)$ можно условно разделить на локальные и глобальные (усредненные). Основной локальный параметр — высота уровня жидкости $h(t)$ определяется из решения задачи Коши

$$S(h) \frac{dh}{dt} + V(h)P(t) = 0; \quad h(0) = H, \quad (1)$$

а скорость истечения $V(t)$ в соответствии с законом Торричелли из уравнения

$$V(t) = V(h(t)) = \mu \sqrt{2gh(t)} \quad (2)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения; μ — гидродинамическая константа (для воды $\mu = 0,62$).

Если сосуд имеет форму цилиндра постоянного радиуса R , а жидкость вытекает через малое круглое отверстие постоянного радиуса r , то решение задач (1), (2) имеет вид

$$h(t) = H \left[1 - \mu \sqrt{\frac{g}{2H}} \left(\frac{r}{R} \right)^2 t \right]^2;$$
$$V(t) = \mu \sqrt{2gH} - g \left(\mu \frac{r}{R} \right)^2 t.$$

При этом скорость истечения жидкости $V(t)$ является равнозамедленным движением

$$V(t) = V_0 - at$$

с начальной скоростью

$$V_0 = \mu \sqrt{2gH}$$

и ускорением

$$a = g \left(\mu \frac{r}{R} \right)^2.$$

К глобальным параметрам процесса истечения относятся время истечения T и средняя скорость истечения W , определяемые из условий

$$h(t) = 0; \quad H = WT,$$

и в данном случае равных

$$T = \frac{1}{\mu} \left(\frac{2H}{g} \right) \left(\frac{R}{r} \right)^2;$$

$$W = \mu \sqrt{\frac{gH}{2}} \left(\frac{r}{R} \right)^2.$$

Глобальные параметры позволяют ввести безразмерные (относительные) переменные

$$X = \frac{h}{H}; \quad \tau = \frac{t}{T}; \quad U = \frac{V}{V_0},$$

в которых задача Коши (1) и уравнение (2) имеют вид

$$\frac{dx}{d\tau} = -2\sqrt{x}; \quad x(0) = 1; \quad 0 < \tau < 1$$

$$U(\tau) = \sqrt{x}; \quad 0 < \tau < 1,$$

и соответствующие решения

$$x(\tau) = (1 - \tau)^2; \quad 0 < \tau < 1.$$

Безразмерные переменные упрощают анализ процесса истечения жидкости из цилиндра, визуализируя гидродинамические решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зотов В. А.* Нелинейная декомпозиция процесса истечения жидкости из резервуара. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 3, с. 533–534.
2. *Зотов В. А.* Обобщенная модель истечения жидкости из резервуара. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2018, т. 25, в. 3, с. 248–249.

UDC 532.5

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_1

Zotov V. A. (Moscow, Moscow Aviation Institute (National Research University)).
Local and global characteristics of the fluid outflow from the vessel.

Abstract: A mathematical model of the fluid outflow from the vessel is described. The local and the global characteristics of the outflow is found.

Keywords: vessel, fluid, outflow, characteristics.