

**Л. Ф. Вьюненко, Л. В. Гадасина** (Санкт-Петербург, СПбГУ).  
**Исследование динамики временных рядов средствами фазового сплайн-анализа.**

УДК 51-77+330.4

DOI [https://doi.org/10.52513/08698325\\_2022\\_29\\_1\\_1](https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_1)

*Резюме:* В работе развивается подход, позволяющий на основе фазового сплайн-анализа оценить циклические компоненты в общем тренде временного ряда. Подход апробирован на индексе NASDAQ.

*Ключевые слова:* временной ряд, сглаживающий сплайн, фазовый анализ, индекс NASDAQ.

В работе [1] рассматривается подход к анализу динамики низкочастотных временных рядов, основанный на аппроксимации исходного ряда  $y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , интерполирующим естественным кубическим сплайном, и построении фазовой тени. В настоящей работе предложена модификация описанного подхода, предназначенная для анализа временных рядов, содержащих стохастическую составляющую. В этом случае возможна одна из следующих процедур сглаживания:

- 1) интерполирование по прореженным данным;
- 2) использование регрессионного кубического сплайна [2];
- 3) использование сглаживающего сплайна [3], который минимизирует взвешенную сумму

$$\sum_{i=1}^n (y_i - g(x_i))^2 + \lambda \int g''(t)^2 dt,$$

где  $\lambda > 0$  — параметр сглаживания, обеспечивающий требуемую гладкость функции  $g$ .

В работе применяется третий подход. Он реализуется в два этапа: на первом дискретный временной ряд  $y_i$  заменяется гладкой функцией  $g(t)$ , которая наилучшим образом аппроксимирует исходный дискретный временной ряд в соответствии с критерием, описанным ранее; второй этап состоит в анализе совместного поведения построенной функции и ее приращений на небольшом временном интервале (значительно меньшем, чем интервалы между моментами наблюдения ряда).

Применение подхода демонстрируется на примере индекса NASDAQ (National Association of Securities Dealers Automated Quotation) — одного из основных индексов фондового рынка. На ряд цен акций конкретной компании влияет множество случайных факторов. Это может приводить к резким скачкам данных за короткий период. Значения индекса NASDAQ являются примером временного ряда, описывающего агрегированный показатель для компаний в конкретной отрасли.

Анализируемые данные — ежедневные значения индекса NASDAQ при закрытии в период с 01.01.2018 по 08.07.2022 [4]. На рис. 1 показаны исходный ряд значений индекса и пример его аппроксимации с использованием сглаживающего сплайна с 60 узлами. В этом случае  $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-6}$ .

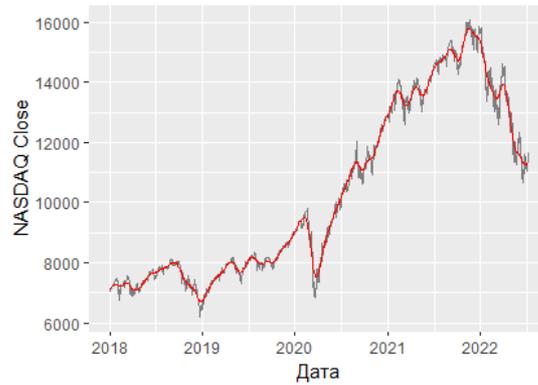


Рис. 1. Значения индекса NASDAQ и сглаживающий сплайн.

На рис. 2 представлена фазовая тень построенного сглаживающего сплайна — проекция результирующей гладкой функции  $g(t)$  на плоскость  $(g, g')$ .

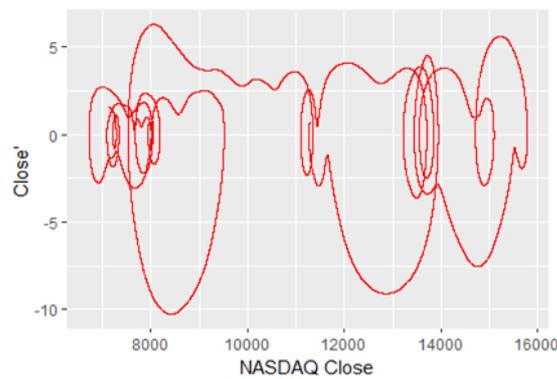


Рис. 2. Фазовая тень сглаживающего сплайна с 60 узлами

Полученная визуализация данных позволяет оценить циклические компоненты в общем тренде временного ряда, которые могут быть связаны с потенциальными кризисами, пузырями или локальными отклонениями от глобального тренда индекса.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gadasina L., Vyunenko L.* Applying spline-based phase analysis to macroeconomic dynamics. *Dependence Modeling*, 2022, 10(1), p. 207–214.
2. *Durrleman S., Simon R.* Flexible regression models with cubic splines. *Statistics in medicine*, 1989, 8(5), p. 551–561.
3. *Silverman B. W.* Some aspects of the spline smoothing approach to non parametric regression curve fitting. — *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1985, 47(1), p. 1–21.
4. Yahoo Finance. URL: <https://finance.yahoo.com/quote/=1514764800period2=1657497600interval=1dfilter=historyfrequency=1dincludeAdjustedClose=true> (дата обращения: 11.08.2022)

---

UDC 51-77+330.4

DOI [https://doi.org/10.52513/08698325\\_2022\\_29\\_1\\_1](https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_1)

**Gadasina L., Vyunenko L.** (Saint Petersburg, SPbU). **Applying Phase Spline-Analysis to Time Series Dynamics.**

*Abstract:* The paper develops an approach that allows estimating cyclic components in the general trend of a time series based on phase spline analysis. The approach has been tested on the NASDAQ index.

*Keywords:* time series, smoothing spline, phase analysis, NASDAQ index.