

И. А. Землякова (Ростов-на-Дону, ЮФУ). Использование Хааровской интерполирующей фильтрации при переходе от неполного рынка к полному в контексте задачи квантильного хеджирования..

УДК 519.2

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_1

Резюме: В статье рассматривается переход от неполного рынка к полному в контексте задачи квантильного хеджирования. Строится решение задачи квантильного хеджирования для неполного рынка, с помощью Хааровской интерполирующей фильтрации осуществляется переход от неполного рынка к полному. В качестве инструмента для выбора единственной мартингальной меры получившегося полного рынка выбирается расстояние Кульбака–Лейблера. Далее задача квантильного хеджирования решается для построенного полного рынка. Предложен вычислительный эксперимент, в ходе которого происходит переход от неполного рынка к полному и решается задача квантильного хеджирования для получившегося полного рынка. Получен вывод о возможности сведения тринomialной модели к биномиальной.

Ключевые слова: хааровская интерполирующая фильтрация, квантильное хеджирование, расстояние Кульбака–Лейблера.

Пусть (Ω, F) — измеримое пространство с конечной σ -алгеброй F . Рассмотрим (B, S) -рынок, состоящий из рискованного актива $S = (S_k)_{k=0}^N$ и детерминированного банковского счета $B = (B_k)_{k=0}^N$. Произведем дисконтирование, т. е. перейдем к рассмотрению рынка $(1, Z)$, где $Z = (Z_k)_{k=0}^N = (\frac{S_k}{B_k})_{k=0}^N$, а $B \equiv 1$. Из полноты дисконтированного рынка делаем вывод о полноте исходного.

О п р е д е л е н и е [2, с. 144]. Хааровскую фильтрацию H назовем хааровской интерполирующей фильтрацией (х.и.ф.) фильтрации F , если существует последовательность натуральных чисел $0 = n_0 < n_1 < \dots < n_N = L$ такая, что $H_{n_k} = F_k$ ($0 \leq k \leq N$). Процесс $Y = (Y_n, H_n)_{n=0}^L$ назовем хааровской интерполяцией процесса $Z = (Z_k, F_k)_{k=0}^N$ относительно хааровской фильтрации H , если $Y_{n_k} = Z_k$ $\forall k$ ($0 \leq k \leq N$).

Продолжим рассмотрение примера [1]. Как было показано, для этого примера множество мартингальных мер — непустое множество. Можно выбрать любую мартингальную меру P^* из этого множества и построить соответствующую мартингальную интерполяцию (Y, H) . Естественно, что выбранная мера будет принадлежать множеству мартингальных мер.

В качестве единственной меры полного рынка будет выступать мартингальная мера P^* , расстояние от которой до рыночной меры Q будет наименьшим. Инструментом для определения меры удаленности крайней мартингальной меры от рыночной выберем расстояние Кульбака–Лейблера $D_{KL}(P^*||Q)[3]$:

$$D_{KL}(P^*||Q) = \sum_{i=1}^n p_i^* \ln \frac{p_i^*}{q_i} \quad (n = 3^N).$$

Вернемся к примеру [1]. Пусть исходная вероятность Q такова, что ρ_n — одинаково распределены и независимы. Вероятности $Q(\rho_n = a_1) = p$, $Q(\rho_n = a_2) = q$, $Q(\rho_n = a_3) = r$. Положим $p = 0,5$, $q = 0,3$, $r = 0,2$. Вероятности обхода для рыночной меры (Q) :

0.008 0.027 0.125 0.036 0.054 0.06 0.135 0.18 0.225 0.15

Крайние мартингалы задаем с помощью кортежей.

Рассчитываем для каждой из восьми мартингалов мер расстояние Кульбака–Лейблера относительно рыночной меры Q и в качестве единственной мартингаловой меры полного рынка, можно выбрать одну из крайних мартингалов мер, задаваемых кортежами $\langle 1, 1, 2 \rangle$, $\langle 1, 2, 1 \rangle$, $\langle 2, 1, 1 \rangle$.

То есть от решения задачи квантильного хеджирования на неполном рынке перешли к решению задачи квантильного хеджирования на полном рынке.

Далее рассматривается вычислительный эксперимент, в котором происходит решение задачи квантильного хеджирования для неполного рынка, затем осуществляется переход от неполного рынка к полному с помощью Хааровской интерполирующей фильтрации, и задача квантильного хеджирования решается для получившегося полного рынка. Получен вывод о возможности сведения триномиальной модели к биномиальной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилова Н. В., Землякова И. А. Квантильное хеджирование на неполном рынке. — Изв. высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион, Естественные науки, 2019, № 2(202), с. 4–9
2. Богачева М. Н., Павлов И. В. О хааровских расширениях безарбитражных финансовых рынков до безарбитражных и полных. — Изв. вузов. Северо-Кавказский регион, Естеств. науки, 2002 № 3.
3. Николенко С. И., Кагурин А., Артангельская Е. В. Глубокое обучение. Погружение в мир нейронных сетей. Питер СПб, 2020, 480 с.
4. Follmer H., Leukert P. Quantile Hedging. — Finance and Stochastics, 1999, v. 3, № 3, p. 251–273.
5. Rudloff B. A. Generalized Neyman–Pearson Lemma for Hedge Problems in Incomplete Markets. — Workshop “Stochastic Analysis”. 27.09.2004–29.09.2004. p. 241–249.

UDC 519.2

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_1

Zemlyakova I. A. (Rostov-on-Don, SFEDU). Using Haar interpolating filtering in the transition from an incomplete market to a complete market in the context of the quantile hedging problem.

Abstract: The article considers the transition from an incomplete market to a complete market in the context of the quantile hedging problem. A solution to the problem of quantile hedging for an incomplete market is constructed, with the help of Haar interpolating filtering, the transition from an incomplete market to a complete one is carried out. The Kullback-Leibler distance is chosen as a tool for choosing the only martingale measure of the resulting complete market. Next, the problem of quantile hedging is solved for the constructed complete market. A computational experiment is proposed, during which there is a transition from an incomplete market to a complete one and the problem of quantile hedging is solved for the resulting complete market. The conclusion about the possibility of reducing the trinomial model to the binomial one is obtained.

Keywords: Haar interpolating filtering, quantile hedging, Kullback-Leibler distance.