

Т. В. Ж г у н (Великий Новгород, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого). **Исследование временного ряда, отражающего Индекс потребительских цен, с помощью вейвлет-анализа.**

УДК 519.25

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2024_31_1_1

Резюме: Статья посвящена изучению временного ряда, отражающего Индекс потребительских цен за период январь 1991-декабрь 2023, с помощью вейвлет-анализа. В работе был рассмотрен вейвлет Морле (другие вейвлеты дают похожие результаты). Полученные результаты позволяют увидеть, что анализируемая экономическая система имеет выраженные изменения структуры в 1998, 2014 и 2022 годах, из которых наиболее значительным событием был кризис 1998 года. Анализ нормализованных частот позволяет предположить, что на границах рассматриваемого интервала наблюдения могут быть значительные изменения, схожие по интенсивности.

Ключевые слова: количественный математико-статистический анализ, статистические данные, анализ временных рядов, вейвлет-преобразование, нестационарные процессы, Индекс потребительских цен.

Практический анализ сигналов различной природы часто приводит к необходимости использования частотно-временных преобразований. Это объясняется нестационарной природой большинства сигналов, и как следствие, для корректного отображения содержащейся в них информации необходимо преобразование, позволяющее локализовать энергию сигнала на частотно-временной плоскости. Спектр Фурье позволяет выявить наличие той или иной частоты в сигнале. Но это преобразование не позволяет узнать, в какой именно момент времени возникла (или исчезла) та или иная частота. Впрочем, эта информация и не требуется, если сигнал стационарный

В отличие от преобразований Фурье, вейвлет преобразование одномерных сигналов обеспечивает двумерную развертку; при этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные, что позволяет анализировать сигналы сразу в двух пространствах. Вейвлет-преобразование — это алгоритм цифровой обработки и анализа данных, возникший в конце XX века, что связано с работами таких ученых как Гроссман и Морле [1]. В современной науке метод вейвлет-преобразования получил крайне широкое распространение в самых различных областях [2–5].

Вейвлет-преобразование одномерного сигнала заключается в его представлении в виде обобщенного ряда или интеграла Фурье по системе базисных функций: $\Psi_{ab} = |a|^{-1/2}\Psi(t - ba)$, сконструированных из исходного (материнского) вейвлета $\psi(t)$, обладающего определенными свойствами за счет операций изменения временного масштаба (a) и сдвига во времени (b).

Множитель $|a|^{-1/2}$ обеспечивает независимость нормы этих функций от

масштабирующего множителя [2–5].

Результатом вейвлет-преобразования функции $f(t)$ по анализирующему вейвлету $\psi(t)$ является вейвлет-спектр $W(a, b)$, определяемый как функция

$$W(a, b) = |a|^{-1/2} {}_R f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (1)$$

где $\psi^*(t)$ — комплексно сопряженная функция к функции $\psi(t)$,

a — переменная, задающая параметр масштаба (большие значения соответствуют низким частотам, малые — высоким),

b — переменная, задающая параметр временного сдвига.

В качестве временного ряда рассмотрим один из показателей инфляции — Индекс потребительских цен (ИПЦ, в английском варианте — Customer Price Index, *CPI*) синтетический показатель, который показывает относительное изменение стоимости потребительской корзины в текущем периоде по сравнению с базовым.

Методика расчета определяет *CPI* как отношение суммарной стоимости статей расходов в корзине в текущий период к ее стоимости в базовом периоде. В общем случае формула имеет вид:

$$CPI = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i^0 \cdot P_i^t}{\sum_{i=1}^n Q_i^0 \cdot P_i^0}$$

n — число позиций в потребительской корзине;

Q_t^0 — вес каждой позиции в корзине в течение базового периода;

P_i^0, P_i^t — цена каждой позиции корзины соответственно в базовом и отчетном периодах.

На рис. 1 представлена динамика *CPI* за период январь 1991–декабрь 2023 (384 наблюдения). Такое представление позволяет оценить лишь масштаб изменения уровня цен в рассматриваемый период — значительный всплеск значений в начале периода нивелирует дальнейшие изменения. Анализ графика позволяет сделать предположение о стабилизации процессов в экономике после 1996 года и об отсутствии структурных изменений после этого года.

Применим вейвлет-преобразование к этому ряду. В качестве анализирующей функции рассмотрим вейвлет Морле. Вычисления производились в среде Matlab [6, 7].

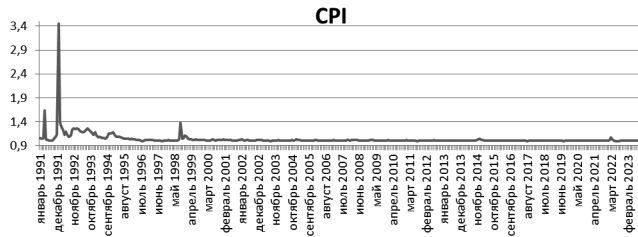


Рис. 1. Индекс потребительских цен за период январь 1991–декабрь 2023

На рис. 2 представлено построение вейвлет-спектра значений *CPI* за весь период наблюдения с января 1991 г. по февраль 2024 года по нормализованным частотам. По оси абсцисс откладывается временная координата, по оси ординат откладывается период – значение, обратное к частоте. Полученная картинка отражает частотно-временные характеристики сигнала. Чем больше та или иная

частота имеется в сигнале в рассматриваемый момент времени, тем более темным будет оттенок точки на плоскости.

Представление результатов вейвлет-анализа по нормализованным частотам (рис. 2) позволяет проследить, какие частоты (периоды) преобладали в рассматриваемый период. Яркая точка в 1998 году показывает, что в этот год имелись сильные, почти мгновенные возмущения системы. И в этом же году наиболее сильно действовали возмущающие воздействия 1994–2000 годов периода около 2,5 и 1,5 лет, а также, возможно, этот год был годом наибольшего влияния 7–8 летнего цикла изменений. Но эта яркая светлая область лежит за пределами границы достоверности, поэтому последний вывод предположительный.

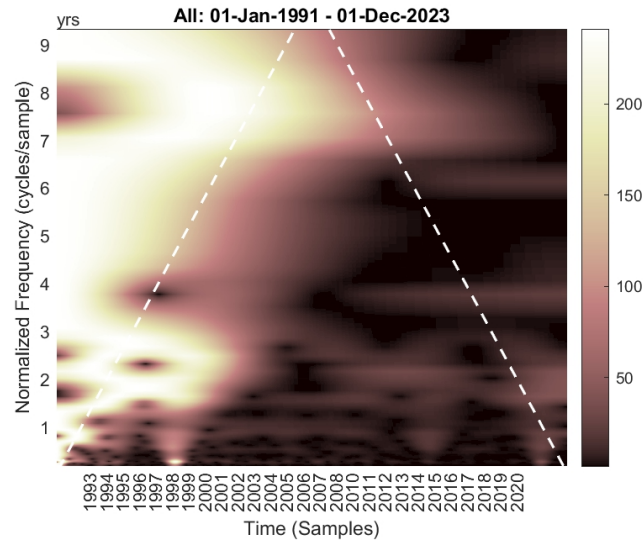


Рис. 2. Построения вейвлет-спектра значения CPI за период с января 1991 г. по декабрь 2023 года по нормализованным частотам

На рис.3 более подробно рассмотрена ситуация с начала 2005 года. Представление результатов вейвлет-анализа по нормализованным частотам за период с января 2005 г. по декабрь 2023 года позволяет увидеть схожесть ситуаций в 2014 и 2022 годах. Хотя в 2014 году видны более сильные воздействия в среднем диапазоне частот (около 2,5 лет), действующие на интервале 2005–2014 года. Также можно увидеть, что в 2016 году начались изменения структуры на всех частотах: как мгновенных периодом менее года, средних (около 2,5 лет), глубоких в низких частотах (4–5 лет). Причем глубокие изменения начались с 2016 года. Окончание действия изменений в низких частотах лежит за пределами области достоверности.

Рис. 2 и 3 показывают симметрично схожие ситуации — изменения структуры системы во всех диапазонах наблюдаемых частот с той разницей, что на рис. 2 структура менялась в диапазоне 0–9 лет, а на рис. 3 — в диапазоне 0–5 лет. Такой вывод отличается от выводов, сделанных ранее по динамике временного ряда (рис. 1).

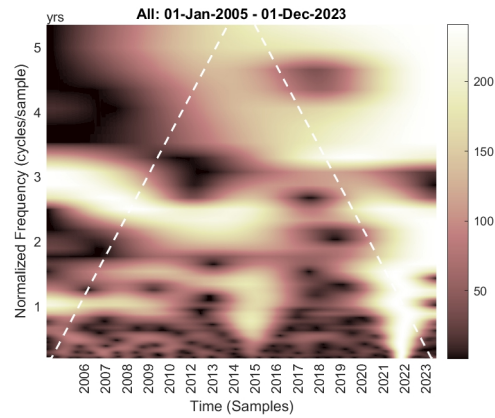


Рис. 3. Построения вейвлет-спектра значения СРІ за период с января 2005 г. по декабрь 2023 года по нормализованным частотам

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Grossmann A., Morlet J.* Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. — *SIAM Journal on Mathematical Analysis*. 1984, v. 15, № 4, p. 723–736.
2. *Добешш И.* Десять лекций по вейвлетам. М.: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2004, 464 с. // *Daubechies I.* Ten lectures on wavelets. — *Society for Industrial and Applied Mathematics*. 1992, 357 p.
3. *Астафьева Н. М.* Вейвлет анализ: основы теории и примеры применения. — *Успехи физических наук*, 1998, т. 166, в. 11, с. 1145–1170. // *Astafyeva N. M.* Wavelet analysis: fundamentals of theory and application examples. — *The successes of the physical sciences*. 1998, v. 166, is. 11, p. 1145–1170.
4. *Блаттер К.* Вейвлет анализ. Основы теории. М.: Техносфера, 2004, 273 с. // *Christian Blatter.* Wavelets — Eine Einführung. *Advanced lectures in mathematics* 2nd Edition, 2003, p. 178.
5. *Воробьев В. И., Грибунин В. Г.* Теория и практика вейвлет преобразования. СПб.: ВУС, 1999, 208 с. // *Vorobyov V. I., Gribunin V. G.* Theory and practice of wavelet transformation. *St. Petersburg: VUS*, 1999, 208 p.
6. *Дьяконов В. П., Абраменкова И. В.* MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002, 602 с. // *Dyakonov V. P., Abramenkova I. V.* MATLAB. Signal and image processing. *Special reference book*. *St. Petersburg: St. Petersburg*, 2002, 602 p.
7. *Дьяконов В. П.* Вейвлеты. От теории к практике. М.: СОЛОН-Р, 2002, 400 с. // *Dyakonov V. P.* Wavelets. From theory to practice. М.: SOLON-R, 2002, 400 p.

Поступила в редакцию
23.VI.2024

UDC 519.25

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2024_31_1_1

Zhgun T. V. (Veliky Novgorod, Novgorod State University). **The study of a time series reflecting the Consumer Price Index using wavelet analysis.**

Abstract: The article is devoted to the study of a time series reflecting the Consumer Price Index for the period January 1991–December 2023, using a wavelet analysis. Within the framework of this work, the Morlaix wavelet was considered (other wavelets give similar results). The results obtained allow us to see that the analyzed economic system has pronounced structural changes in 1998, 2014 and 2022, of which the most significant event was the 1998 crisis. The analysis of normalized frequencies suggests that there may be significant changes at the boundaries of the considered observation interval, similar in intensity.

Keywords: quantitative mathematical and statistical analysis, statistical data, time series analysis, wavelet transform, non-stationary processes, Consumer Price Index.