ОБОЗРЕНИЕ

ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ Том 31 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1

2024

И. А. З е м л я к о в а (Ростов-на-Дону, ЮФУ). Построение оптимального портфеля ценных бумаг с использованием нечетких множеств второго порядка.

УДК 519.2 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2024_31_1_1

Резюме: Рассматривается задача максимизации прибыли от кредитования финансовой организации. Данная задача имеет классическое решение, связанное с перераспределением средств кредитного портфеля и минимизацией возникающего риска. Но данный подход к управлению рисками показал свою несостоятельность в связи с имеющейся неопределенностью в функционировании финансовых систем. В качестве альтернативного подхода к решению поставленной задачи рассматривается использование нечетких множеств. Установлено, что использование нечетких множеств первого порядка не всегда может привести к лучшему результату в связи с субъективностью построения функции принадлежности. Рассмотрена задача максимизации прибыли от кредитования финансовой организации в контексте нечетких множеств второго порядка.

Kлючевые слова: диверсификация рисков, нечеткие множества, нечеткие множества второго порядка.

Принятие финансовых решений неразрывно связано с понятием неопределенности. В случае, когда следует выразить субъективное отношение к возникающей неопределенности, используют нечеткие множества первого порядка. Данный тип множеств был впервые упомянут в работе Заде [1]. В классической теории множество A может быть задано с помощью характеристической функции (функции принадлежности), заданной на универсальном множестве:

$$\widetilde{\mu}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A \\ 0, & \text{если } x \notin A \end{cases}$$
 (1)

В случае нечеткого множества \widetilde{B} характеристическая функция принимает не только бинарные, а любые значения на отрезке [0,1]. Задача формирования кредитного портфеля наименьшего риска в контексте нечётко-множественного подхода базируется на предположении о том, что доходности $\mu_i, i=1,\ldots,n$ и ожидаемая доходность

[©] Редакция журнала «ОПиПМ», 2024 г.

портфеля m являются нечеткими числами:

$$\widetilde{\sigma}_{x}^{2} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{i} x_{j} \widetilde{\sigma}_{ij} \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i} \widetilde{\mu}_{i} > \widetilde{m}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i} = 1$$

$$x_{i}^{l} \leqslant x_{i} \leqslant x_{i}^{r}, \qquad i = 1, \dots, n$$

$$x_{i} > 0, \qquad i = 1, \dots, n$$

$$(2)$$

Зачастую нечеткие множества первого типа не могут полностью описать всю имеющуюся неопределенность и обеспечить получение достоверного решения. Также введённая для данных множеств функция принадлежности практически не содержит неопределенности, что противоречит рассматриваемому понятию нечеткости. Справиться с этими проблемами могут нечеткие множества второго порядка. Нечеткое множество типа два можно представить в виде:

$$\widetilde{\widetilde{\mu}}(x) = ((x, u), \widetilde{\widetilde{\mu}}_{\widetilde{A}}(x, u)) | \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0, 1].$$
(3)

Заменим в задаче (2) нечеткие числа первого порядка на нечеткие числа второго порядка. Для решения полученной задачи нечеткого линейного программирования определим границы носителя нечеткого коэффициента целевой функции воспользуемся подходом, основанным на использовании дискретных $\alpha-$ уровней [2]. В итоге для каждого $\alpha-$ уровня формируется задача линейного программирования, имеющая нечеткое решение \widetilde{x}_{ik} . Четкое ожидаемое оптимальное решение, выраженное в виде вектора x^* , можно получить, используя метод дефаззификации. Данный метод позволяет преобразовывать нечеткое множество в четкое число следующим образом:

$$x^* = \frac{\sum_{k=1}^{K} x_{ik} \alpha_k}{\sum_{k=1}^{K} \alpha_k}.$$
 (4)

В результате получаем четкое ожидаемое оптимальное решение, выраженное в виде вектора x^* , состоящего из долей того или иного актива, входящего в рассматриваемый портфель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Zade L. A. Fuzzy sets. Information and control, 1965, v. 8, № 3, p. 338–353.
- 2. Стародубцев И. Ю. Решение задачи линейного программирования с нечеткими параметрами. Технические науки от теории к практике., 2012, No 6–1, с. 127–132. // Starodubcev I. U. Reshenie zadachi linejnogo programmirovaniya s nechetkimi parametrami. Texnicheskie nauki ot teorii k praktike., 2012, № 6–1, p. 127–132.
- 3. Ремезова Е. М. Нечеткие множества второго порядка: понятие, анализ и особенности применения. Современные проблемы науки и образования. 2013, № 5, с. 435.// Remezova E. M. Nechetkie mnozhestva vtorogo poryadka: ponyatie, analiz i osobennosti primeneniya. Sovremenny'e problemy' nauki i obrazovaniya. 2013, № 5, р. 435.

Поступила в редакцию 05.VIII.2024

UDC 159.2

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2024_31_1_1

 ${\it Zemlyakova\,I.\,A.}~({\rm Rostov\text{-}on\text{-}Don,\,SFEDU}).~{\bf Construction~of~an~optimal~portfolio~of~securities~using~second\text{-}order~fuzzy~sets.}$

Abstract: The problem of maximizing profit from lending to a financial institution is considered. This problem has a classical solution associated with the redistribution of funds in the loan portfolio and minimization of the resulting risk. However, this approach to risk management has proven to be inconsistent due to the existing uncertainty in the functioning of financial systems. The use of fuzzy sets is considered as an alternative approach to solving the problem. It is established that the use of first-order fuzzy sets may not always lead to a better result due to the subjectivity of constructing the membership function. The problem of maximizing profit from lending to a financial institution is considered in the context of second-order fuzzy sets.

Keywords: risk diversification, fuzzy sets, second-order fuzzy sets.