ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 31 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2024

А. Р. Симонян, Е. И. Улитина (Сочи, Сочинский государственный университет). **О моделях MAP$|G|1|\infty$ с «отрицательными вызовами».**

УДК 519.21 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2024_31_1_1

Резюме: В моделях с MAP — потоками (Markovian Arrival Process) [1] регулярных и «отрицательных» вызовов при различных стратегиях профилактики и восстановления (П и В) получены производящие функции (ПФ) и преобразования Лапласа (ПЛ) для некоторых характеристик.

Ключевые слова: MAP потоки, длина очереди, производящая функция, модели очередей, «отрицательные» вызовы, время пребывания.

Пусть рассмотрены MAP$|G|1|\infty$ модели с «отрицательными» вызовами (далее сигнал). Регулярные вызовы (далее вызов) в модели обслуживаем по дисциплине FIFO. Сигналы лишь воздействуют на находящиеся в модели вызовы. Опишем механизмы взаимодействия отрицательных и регулярных вызовов. Если в момент поступления сигнала модель занята (обслуживанием вызовов), то он может уничтожить все вызовы в модели (ожидающие в очереди и обслуживаемый на приборе). После уничтожения вызовов модель переходит в режим П и В прибора. При этом, за П и В:

— вызовы накапливаются и после завершения П и В обслуживаются в порядке очереди;

— вызовы теряются. Считаем, что потоки вызовов и сигналов описываются MAP с матрицами (C_1, D_1) и (C_2, D_2) размерности $m_1 \times m_1$ и $m_2 \times m_2$, соответственно.

Время обслуживания вызовов ϑ_1 и время П и В прибора δ_2 — независимые одинаково распределенные (НОР) случайные величины (СВ) с произвольными ФР $B_1(t)$ и $B_2(t)$ и с конечными средними μ_1 и μ_2.

Рассмотрим описывающий функционирование модели случайный процесс (СП) $X(t) = \{I(t), J_1, J_2, N(t), X(t);\ t \geqslant 0\}$. Здесь: $N(t)$ — число вызовов в модели в момент t; $J_1(t)$ и $J_2(t)$ — фазы процессов поступления вызовов и сигналов в момент t; $I(t)$ характеризует состояние прибора ($I(t) = 0$ — если прибор свободен и исправен; $I(t) = S$ — если прибор занят; $I(t) = R$ — если прибор восстанавливается.

При заданном $t > 0$ СВ $X(t)$ определяем следующим образом: если $I(t) = S$, то $X(t)$ есть время, которое прошло до момента t с начала обслуживания вызова на приборе; если $I(t) = R$, то $X(t)$ равно времени, которое прошло до момента t с начала П и В прибора; если $I(t) = 0$, то $X(t)$ равно времени, которое прошло до момента t с начала простоя модели. Пусть $P_{Ik}(x) = (p_{Ik,11}(x), \dots, p_{Ik,1,m_2}(x), \dots, p_{Ik,m_1,m_2}(x))$, $I = S, R, 0 < k$ — стационарные плотности вероятностей СП $Z(t)$, а $Q_I(z,x) = \sum_(k=1)^\infty z^k P_{Lk}(x)$ — их ПФ. Получены соотношения:

$$
\begin{aligned}
Q_S(z,x) &= Q_S(z,0)\left(\exp\left((C_1 + zD_1)x\right) \otimes \exp(C_2 x)\right)\overline{B}_1(x),\\
Q_R(z,x) &= Q_R(z,0)\left(\exp\left((C_1 + zD_1)x\right) \otimes \exp(C_2 x)\right)\overline{B}_2(x).
\end{aligned}
$$

Здесь $\otimes$ — знак произведения Кронекера. Компоненты ПФ $Q_R(z,0), Q_S(Z,0)$ – $\{P_{Rn}(0), P_{Sn}(0),\ 0 < n\}$ определяются из уравнений $P_S = P_s\Lambda$, $P_S e = 1$, где $P_S =$

$(P_0(0), P_{R0}(0), P_{S1}(0), P_{S2}(0), \ldots)$, а элементы матрицы Λ — из граничных условий для $P_{Ik}(x)$. Получено ФР виртуального времени пребывания вызовов в модели $W(x)$. Пусть ζ — случайная величина длительности периодов занятости (ПЗ), $\overline{T}(t) = P(\zeta > t)$. Для преобразования Лапласа (ПЛ) ФР $\overline{T}(t)$ получено соотношение

$$\begin{aligned}\tau(s) \;=\; & \left(\vartheta - \vartheta \int_0^\infty \exp((C_1 \oplus C_2)x) e^{-sx}\, dB_1(x)\right) \\ & \times \left(1 - \int_0^\infty \exp\left(((C_1 + D_1) \oplus C_2)x\right) e^{-sx}\, dB_1(x)\right)^{-1} \\ & \times \int_0^\infty \exp\left(((C_1 + D_1) \oplus C_2)x\right) e^{-sx} \overline{B}_1(x)\, dx,\end{aligned}$$

где ϑ — вектор начального распределения ПЗ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Neuts M. F.* A versatile Markovian arrival process. — Journal of Appl. Prob. 1979, v. 16, p. 764–779.

Поступила в редакцию
30.VII.2024

UDC 519.21 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2024_31_1_1

Simonyan A. R., Ulitina E. I. (Sochi, State University of Sochi). **About models MAP|G|1|∞ with «negative calls».**

Abstract: In models with MAP —(Markovian Arrival Process) [1] regular and «negative» calls with various prevention and recovery strategies (P and R), generating functions (GF) and Laplace transforms (LT) for some characteristics were obtained.

Keywords: MAP threads, queue length, generating function, queue models, «negative» calls, stay time.