

КИРИЛЛОВ А. Н.

ЗАДАЧИ СТАБИЛИЗАЦИИ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Решение задач рационального использования природных ресурсов приводит к необходимости разработки методов управления динамическими экологическими системами. При этом специфика экосистем обуславливает постановку задач управления. Так, например, фазовые переменные в динамических моделях природных систем могут принимать лишь неотрицательные значения, так как по смыслу это концентрации, численности, плотности и т. д. Управляющие воздействия, как правило, имеют ограничения по знаку, а также ограничены по абсолютной величине. Для динамических систем рационального природопользования характерно наличие множественности положений равновесия даже в неотрицательной области фазовых переменных, что приводит к необходимости исследования задачи стабилизации в окрестности этих состояний. Часто возникает задача стабилизации не только равновесных состояний.

Таким образом, можно сформулировать следующую общую проблему. Дана математическая модель некоторой экосистемы:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad (1)$$

$$x \in \mathbf{R}_+^n, \quad (2)$$

$$u \in U \subset \mathbf{R}_+^r, \quad (3)$$

где x есть n -мерный вектор фазовых переменных, u есть r -мерный вектор управляющих воздействий, f есть n -мерный вектор правых частей системы (1), $\mathbf{R}_+^n$, $\mathbf{R}_+^r$ — положительные конусы n - и r -мерных евклидовых пространств, U — множество допустимых значений управлений. Поставим задачу построения управления с ограничением (3), стабилизирующего данное состояние $x^* \in \mathbf{R}_+^n$ системы (1), не обязательно равновесное и удовлетворяющее ограничению (2). При этом управление будем выбирать кусочно постоянным, что облегчает его практическую реализацию. Важной является проблема нахождения области стабилизируемости, т. е. множества всех состояний, которые можно стабилизировать управлениями данного класса. Интересным с практической точки зрения является также вопрос о минимальном числе возможных значений кусочно постоянных стабилизирующих управлений.

Следует отметить, что экологические системы во многих случаях описываются динамическими моделями, в которых структура правых частей определяется в процессе функционирования системы [1], [2], [5]. Стабилизация подобных систем является трудной задачей.

В силу перечисленных выше специфических особенностей в постановке задач стабилизации экологических систем применение известных классических методов стабилизации невозможно. В работах ряда авторов для определенных классов моделей рассматриваются различные методы стабилизации [3], [4].

В данной работе к решению поставленных выше задач предлагаются подходы, основанные на применении методов качественной теории дифференциальных уравнений. Рассматривается также вопрос о построении динамических экосистем с изменяющейся структурой правых частей. При этом использовано понятие системы с переменной размерностью фазового пространства, введенное автором в работах [2], [5].