

ЗГУРОВСКИЙ М. З., ПОДЛАДЧИКОВ В. Н.

**АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ
КАЛМАНОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

§ 1. Введение

В настоящее время разработано большое число экономико-статистических моделей, предназначенных для принятия решений на различных уровнях — от макроэкономического регулирования национальной экономикой до уровня управления отдельной производственной или торговой единицей.

Прогнозированию состояния экономической системы и принятию решения предшествует этап формирования типа статистической модели и ее адаптации к использованию в прогнозировании.

Как правило, динамика состояния экономической системы не является детерминированной (т. е. predetermined). Следовательно, при формировании математической модели неопределенные величины, с которыми приходится иметь дело на практике, представляют через детерминированные и случайные составляющие. Наблюдение экономической системы выполняется в условиях ошибок, неполной фрагментарной информации.

Такая ситуация соответствует возможности представления экономико-статистической модели в терминах пространства состояний и, при формировании линейной модели, применения фильтра Калмана, обеспечивающего несмещенную оценку состояния с минимальной дисперсией ошибки этой оценки.

Экономические модели, описанные в пространстве состояний, включают в себя широко используемые при прогнозировании временных экономических рядов модели Тейла–Вейджа, модели со множеством состояний, авторегрессионные модели и другие.

Методы калмановской фильтрации используются при решении многих задач оценивания для различных по уровню и назначению экономических моделей. Перечень важнейших приложений фильтра Калмана при анализе экономических процессов приведен в работе [1].

Теория калмановской фильтрации и стохастического управления применяется для прогнозирования состояния экономической системы и выработки стратегии принятия решения. Так, в работе [1] на основе предсказания состояния национальной экономики Индии принимается решение об управляющей экономической политике (изменение нормы налогообложения, государственных инвестиций и др.). Оценивание конъюнктуры рынка используется в работе [2] для синтеза стратегии ценообразования, т.е. стратегии поведения продавца, который, манипулируя ценой, стремится обеспечить максимальный доход и ограничить запас нераспроданного к концу рабочего дня товара.

В последнее время в связи с фундаментальными структурными изменениями экономических систем в странах Восточной Европы и в республиках бывшего Советского Союза актуальной проблемой становится разработка моделей переходного периода от командной экономики к рыночной. В работе [3] приводятся различные экономические модели переходного периода в пространстве состояний, которые характеризуют как непрерывный, так и скачкообразный режим переключения параметров. В последнем случае имеют место не только функциональные, но и структурные изменения параметров и состояния системы в момент переключения.

В качестве примеров рассматриваются модели изменения экономических параметров, характеризующих долю командного и рыночного секторов в общем объеме производства, а также курса валюты на черном рынке Польши в переходной период.

Схематическое представление системы прогнозирования экономического процесса на основе фильтра Калмана и принятия решения дано на рис. 1.

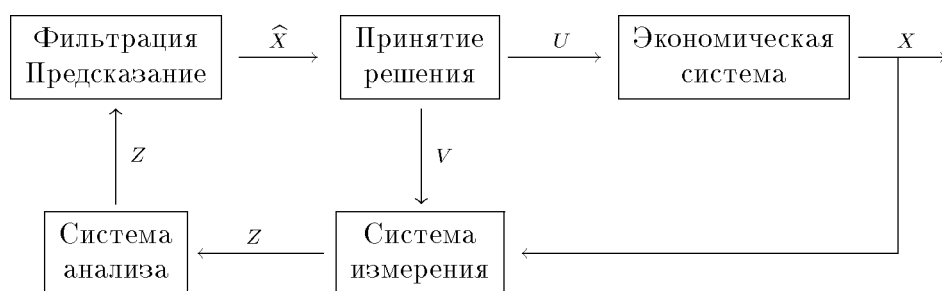


Рис. 1

Состояние экономической системы X наблюдается подсистемой измерения. Измерения Z поступают в подсистему анализа, где формируется экономико-статистическая модель и уточняются ее априорно неопределенные параметры. Измерения Z поступают далее в подсистему фильтрации и прогнозирования, где выполняется оценивание настояще-

го и будущего состояния $\hat{X}$ системы с использованием фильтра Калмана. На основе предсказания состояния экономической системы принимается решение, которое может оказывать регулирующее действие U на экономическую систему.

Недостатком калмановской фильтрации для прогнозирования экономического процесса является то, что фильтр должен быть построен на основании априорных данных о статистиках рассматриваемого процесса, что в пространстве состояний соответствует наличию априорной информации о статистических характеристиках шумов состояния и измерения экономической системы, а также ее случайного начального состояния.

При оценивании состояния экономической системы переходного периода важное значение имеет максимально возможное использование априорной информации о его начальном состоянии. Как правило, на практике фактическое значение ковариационной матрицы ошибки оценки начального состояния точно не известно. Поэтому, чтобы обеспечить монотонность ошибок оценивания в переходном режиме работы фильтра, выбирают начальную ковариацию в виде диагональной матрицы с очень большими, практически неопределенными элементами. Так, например, в переключающейся модели перехода производства от командной системы к рыночной, рассмотренной в работе [3], дисперсию ошибки начальной оценки параметра α , являющегося отношением реального и планируемого выпуска продукции, предлагается выбирать бесконечной.

Как правило, для анализа экономической ситуации в условиях ее структурной стабильности используются установившиеся оценки состояния и соответствующие установившиеся значения ковариационных матриц, и поэтому ошибка в выборе начальной ковариации практически не влияет на точность оценивания. Однако для переключающихся моделей оценивание экономических параметров выполняется по короткой выборке в переходном режиме работы фильтра. Поэтому проблема выявления момента переключения является актуальной. В этих условиях особого внимания заслуживает задача максимального учета априорной информации о начальном состоянии.

В первой части работы обосновывается определение расчетной матрицы дисперсий ошибок выбора начального состояния экономической системы для построения процедуры предсказания, когда точность этого выбора априорно неопределенна.

Вторая часть посвящена методам идентификации неопределенных статистических характеристик шумов состояния и измерения вектора экономических параметров, обеспечивающих сходимость процедуры оценивания в переходном режиме работы фильтра. Предлагаемые методы устранения статистической неопределенности основаны на аналитическом представлении характеристик фильтра Калмана в виде явных функций расчетных и фактических параметров динамической системы.