

*КУДРЯВЦЕВ О. Е.**

**ЭФФЕКТИВНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ
ЦЕН БАРЬЕРНЫХ ОПЦИОНОВ В МОДЕЛЯХ ЛЕВИ**

Содержание

Введение	356
§1. Методы оценивания опционов	356
1.1. Методы Монте-Карло	356
1.2. Полуаналитические численные методы	355
1.3. Численные методы решения ИДУЧП	357
1.4. Улучшенный метод БФВХ	358
§2. Процессы Леви и оценивание опционов	359
2.1. Процессы Леви: общие определения	359
2.2. Регулярные процессы Леви экспоненциального типа	360
2.3. Факторизация Винера–Хопфа	361
2.4. Обобщенное уравнение Блэка–Шоулса	362
§3. Преобразование Лапласа в контексте оценивания опционов	363
3.1. Численное обращение преобразования Лапласа: обзор методов	363
3.2. Метод быстрой факторизации Винера–Хопфа	364
3.3. Алгоритм Гейвера–Стехфеста и метод БФВХ	366
§4. Результаты численных экспериментов	367
§5. Заключение	371
Список литературы	371

В статье предложен новый эффективный метод оценивания барьерных опционов для широкого класса моделей Леви. Метод основан на алгоритме Гейвера–Стехфеста численного обращения преобразования Лапласа и методе «быстрой факторизации Винера–Хопфа», разработанного О. Е. Кудрявцевым и С. З. Левендорским (Finance Stoch., 2009, v. 13, p. 531–562). В статье показываются преимущества нового метода по показателям скорости и точности в сравнении с другими численными методами. Работа поддержана Российским Фондом фундаментальных исследований (проекты 06-01-00662 и 05-01-22001).

Ключевые слова: процессы Леви, барьерные опционы, обращение преобразования Лапласа, факторизация Винера–Хопфа, численные методы.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2011 г.

* Лауреат II Общероссийского открытого конкурса «Отмеченная работа молодого исследователя в области прикладной и промышленной математики» (ОРМИ-ОПиПМ'2011). Данная конкурсная работа отмечена дипломом III степени с вручением медали.

Введение

В последние годы все больше и больше внимания уделяется стохастическим моделям финансовых рынков, которые отличаются от классической модели Блэка–Шоулса. В настоящее время доступно большое разнообразие моделей. Один из видов хорошо зарекомендовавших себя моделей — это процессы Леви. Мы остановимся на одномерном случае. Для введения в теорию этих моделей применительно к финансовой математике см. [7].

В настоящее время существует несколько больших групп относительно универсальных численных методов оценивания барьерных опционов в моделях Леви финансовых рынков. Ниже будут указаны наиболее значимые группы методов и публикации, в которых читатель сможет найти основные результаты и ссылки на близкие работы.

... ..

... ..

Численные эксперименты показывают, что новый метод с вычислительной точки зрения значительно быстрее (обычно в десятки раз), чем оригинальный метод БФВХ. Наш метод обладает и еще одной хорошей чертой: он вычисляет одновременно набор цен опционов для различных значений цены акции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Abate J., Whitt W.* A unified framework for numerically inverting Laplace transforms. — *INFORMS J. Comput.*, 2006, v. 18, № 4, p. 408–421.
2. *Amin K.* Jump-diffusion option valuation in discrete time. — *J. Finance*, 1993, v. 48, № 5, p. 1833–1863.
3. *Boyarchenko S. I., Levendorskiĭ S. Z.* Non-Gaussian Merton–Black–Scholes Theory. Singapore etc.: World Sci. Publ., 2002.
4. *Boyarchenko S., Levendorskiĭ S.* Irreversible Decisions under Uncertainty: Optimal Stopping Made Easy. Heidelberg–Berlin etc.: Springer, 2007. (Ser. Studies in Economic Theory. V. 27.)
5. *Carr P.* Randomization and the American put. — *Rev. Financ. Stud.*, 1998, v. 11, p. 597–626.
6. *Carr P., Geman H., Madan D. B., Yor M.* The fine structure of asset returns: an empirical investigation. — *J. Business*, 2002, v. 75, № 2, p. 305–332.
7. *Cont R., Tankov P.* Financial modelling with jump processes. London/Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC Press, 2004.
8. *Cont R., Voltchkova E.* A finite difference scheme for option pricing in jump diffusion and exponential Lévy models. — *SIAM J. Numer. Anal.*, 2005, v. 43, № 4, p. 1596–1626.
9. *Hirsa A., Madan D. B.* Pricing American options under variance gamma. — *J. Comput. Finance*, 2003/04, v. 7, № 2, p. 63–80.
10. *Kou S. G.* A jump-diffusion model for option pricing. — *Manag. Sci.*, 2002, v. 48, № 8, p. 1086–1101.
11. *Kou S. G., Wang H.* First passage times of a jump diffusion process. — *Adv. Appl. Probab.*, 2003, v. 35, p. 504–531.

12. Kudryavtsev O. E., Levendorskiĭ S. Z. Pricing of first touch digitals under normal inverse Gaussian processes. — *Internat. J. Theor. Appl. Finance*, 2006, v. 9, № 6, p. 915–949.
13. Kudryavtsev O. E., Levendorskiĭ S. Z. Fast and accurate pricing of barrier options under Levy processes. — *J. Finance Stoch.*, 2009, v. 13, № 4, p. 531–562.
14. Кудрявцев О. Е. Вычисление цен барьерных и американских опционов в моделях Леви. — *Обозрение прикл. и промыш. матем.*, 2010, т. 17, в. 2, с. 210–220.
15. Lemieux C. Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Sampling. Berlin–Heidelberg etc.: Springer, 2009. (Ser. Springer Series in Statistics.)
16. Levendorskiĭ S. Z. Pseudo-diffusions and quadratic term structure models. — *Math. Finance*, 2005, v. 15, № 3, p. 393–424.
17. Levendorskii S., Kudryavtsev O., Zherder V. The relative efficiency of numerical methods for pricing American options under Lévy processes. — *J. Comput. Finance*, 2005/06, v. 9, № 2, p. 69–97.
18. Lipton A. Assets with jumps. — *Risk*, September 2002, p. 149–153.
19. Matache A.-M., Nitsche P.-A., Schwab C. Wavelet Galerkin pricing of American options on Lévy driven assets. — *Quant. Finance*, 2005, v. 5, № 4, p. 403–424.
20. Press W., Flannery B., Teukolsky S., Vetterling W. Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992.
21. Sato K. Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999.
22. Sepp A. Analytical pricing of double-barrier options under a double-exponential jump diffusion process: Applications of Laplace transform. — *Internat. J. Theor. Appl. Finance*, 2004, v. 7, № 2, p. 151–175.
23. Valko P. P., Abate J. Comparison of sequence accelerators for the Gaver method of numerical Laplace transform inversion. — *Comput. Math. with Appl.*, 2004, v. 48, № 3/4, p. 629–636.
24. Эскин Г. И. Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений. М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию
19.III.2010