О Б О З Р Е Н И Е
П Р И К Л А Д Н О Й И П Р О М Ы Ш Л Е Н Н О Й
Т о м 18 М А Т Е М А Т И К И В ы п у с к 3
2011

*УЛИТИНА Е. И.**

МНОГОМЕРНЫЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ В МОДЕЛИ ПРАБХУ ПРИ ФИКСИРОВАННОМ ПАРАМЕТРЕ И КРИТИЧЕСКОЙ ЗАГРУЗКЕ

Теория приоритетных моделей — одно из направлений исследования систем массового обслуживания. Актуальность этого направления исследования обоснована многочисленными приложениями в информационно-вычислительных системах и в автоматизированных системах управления. Наличие приоритетов разбивает множество вызовов на классы, а их смысл — в обеспечении льготной обработки одних вызовов за счет других. Вызовы конкретного класса имеют свои параметры и правила обслуживания.

В рамках модели $M_2|G_2|1|\infty$ обычно рассматривают дисциплины относительного или абсолютного приоритетов.

Модель $M_2|G_2|1|\infty$. В одноканальную систему массового обслуживания с ожиданием поступают независимые пуассоновские потоки 1-вызовов и 2-вызовов с параметрами $a_1 > 0$ и $a_2 > 0$ соответственно. Длительности обслуживания независимы, не зависят от процесса поступления и имеют функции распределения $B_1(t)$ и $B_2(t)$ соответственно, $B_k(+0) = 0$, $k = 1, 2$. В момент $t = 0$ система свободна от вызовов.

Между потоками действуют приоритетные дисциплины. В работе мы имеем дело с дисциплиной абсолютного приоритета с дообслуживанием прерванного вызова (схема B) (см. [1]). В рамках данной модели рассмотрим параметрическую дисциплину Прабху [2], которая позволяет регулировать меру предоставляемого вызову приоритета в диапазоне от дисциплины FIFO до дисциплины абсолютного приоритета.

Дисциплина Прабху. Поступая в модель в момент t, k-вызов ($k = 1, 2$) приобретает неизменный индекс $t + u_k$, где $0 < u_1 \leqslant u_2$. В любой момент из присутствующих в системе вызовов на приборе находится вызов с наименьшим индексом, тем самым допускается прерывания

* Лауреат II Общероссийского открытого конкурса «Отмеченная работа молодого исследователя в области прикладной и промышленной математики» (ОРМИ-ОПиПМ'2011). Данная конкурсная работа отмечена дипломом III степени с вручением медали.

вание обслуживания. Прерванный вызов при новом попадании на прибор дообслуживается. Дисциплина однозначно определяется параметром $\nu = u_2 - u_1$.

Эту дисциплину назовем *схемой* (B, ν), а модель $M_2|G_2|1|\infty$ с дисциплиной Прабху — *моделью Прабху.*

К числу основных характеристик модели относятся:

$\rho_{11} = a_1\beta_{11}$, $\rho_{21} = a_1\beta_{11} + a_2\beta_{21}$ — загрузки, где $\beta_{k1} = \int_0^\infty t\,dB_k(t)$, $k = 1, 2$;

$w_k(t)$ — виртуальное время ожидания k-вызова ($k = 1, 2$) в момент t, т. е. время, которое пришлось бы ждать k-вызову до первого попадания на обслуживание, если бы он поступил в модель в момент t (в схеме B $w_k(t)$ обозначаем $w_k^0(t)$);

$b_k(u)$ ($k = 1, 2$, $u > 0$) — суммарное время обслуживания $1, \ldots, k$-вызовов, поступающих в модель за промежуток времени u в схеме B;

$\overline{b}_k(u)$ ($k = 1, 2$, $u > 0$) — суммарное время обслуживания $1, \ldots, k$-вызовов, поступающих в модель за промежуток времени u в схеме B;

$\pi_k(\theta)$ ($k = 1, 2$, $\theta > 0$) — период занятости обслуживанием $1, \ldots, k$-вызовов с задержкой θ (это промежуток времени, начинающийся с задержки θ, в начальный момент которой в модели отсутствуют вызовы, и завершающийся первым после $1, \ldots, k$-вызовов θ моментом освобождения модели от $1, \ldots, k$-вызовов).

При анализе виртуальных времен ожидания часто методически обоснован предварительный анализ $\overline{w}_k(t)$ — условных виртуальных времен ожидания k-вызова ($k = 1, 2$) в момент t при условии прекращения с момента t доступа вызовов в модель; в схеме B соответственно обозначим $\overline{w}_k^0(t)$.

Структура основных характеристик приоритетных дисциплин упрощается и раскрывается в предельных теоремах. Применение асимптотических методов оправдано появлением практически полезных приближенных формул.

... ...

[Со стр. 390]

Целью данной работы является описание класса предельных распределений для вектор-процессов $(w_1(t), w_2(t))$ и $(\overline{w}_1(t), \overline{w}_2(t))$ в условиях критической загрузки $\rho_{21} \uparrow 1$.

... ...

... ...

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гнеденко Б. В.*, *Даниелян Э. А. и др.* Приоритетные системы обслуживания. М.: МГУ, 1973, 448 с.
2. *Прабху Н. У.* Стохастические процессы теории запасов. М.: Мир, 1984, 185 с.
3. *Hooke J. A.*, *Prabhu N. U.* Priority queues in heavy traffic. — Oper. Res., 1971, v. 8 (1), p. 1–9.
4. *Kingman J. F. C.* On queues in which customers are served in random order. — Proc. Camb. Philos. Soc., 1962, v. 58, p. 79–91.
5. *Даниелян Э. А.* Математическая теория приоритетных моделей. Дисс. на соиск. уч. степени доктора физ.-мат. наук. М.: МГУ, 1981, 257 с.
6. *Попов Г. А.* Асимптотический анализ некоторых систем с пуассоновскими поступлениями в условиях малой и единичной загрузок. Дисс. на соиск. уч. степени кандидата физ.-мат. наук. Ташкент: ТашГУ, 1981, 121 с.
7. *Терзикян Г. А.* Некоторые многомерные предельные теоремы в модели $M_r|G_r|1|\infty$ с абсолютными приоритетами. Дисс. на соиск. уч. степени кандидата физ.-мат. наук. М.: МИЭМ, 1987, 112 с.
8. *Сандрян С. Н.* Анализ модели Прабху. Дисс. на соиск. уч. степени кандидата физ.-мат. наук. Ереван: ЕГУ, 1991, 136 с.
9. *Петров В. В.* Суммы независимых случайных величин. М.: Наука, 1987, 416 с.
10. *Улитина Е. И.* Асимптотический анализ дискретных и непрерывных характеристик в модели $M|G|1|\infty$. Дисс. на соиск. уч. степени кандидата физ.-мат. наук. Петрозаводск: ИПМИ КарНЦ РАН, 2004, 107 с.

Поступила в редакцию
26.III.2010