ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 18 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2011

СПИРЯЕВ М. А.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ СТРАТЕГИЙ КАГИ И РЕНКО ДЛЯ МОДЕЛИ БЛЭКА–ШОУЛЗА

Для геометрического броуновского движения, используемого в качестве модели для описания движения цены актива, исследуются свойства стратегий Каги и Ренко. Проводится качественный анализ зависимости ожидаемой прибыли от пороговых значений и параметров процесса цены. Также стратегии исследуются на возможность реализации ими арбитража. Кроме того, получены явные выражения для распределений величин «падения» и «размаха» геометрического броуновского движения с учетом особенности поведения процесса вблизи нуля.

Ключевые слова и фразы: моменты и стратегии Каги и Ренко, величины «падения» и «размаха» геометрического броуновского движения.

1. Введение

Пусть цена некоторого торгуемого на рынке актива описывается случайным процессом X, который определен на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t\geqslant 0}, \mathbf{P})$ и допускает стохастический дифференциал:

$$dX_t = \mu X_t\,dt + \sigma X_t\,dB_t, \qquad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с начальным условием $X_0 = x_0$ п. н. Здесь $(B_t)_{t\geqslant 0}$ — стандартное броуновское движение, а μ и σ — постоянные коэффициенты, отвечающие за снос и волатильность, соответственно. Процесс X является геометрическим броуновским движением и может быть записан следующим образом: $X_t = x_0 e^{(\mu-\sigma^2/2)t+\sigma B_t}$, $t \geqslant 0$.

В настоящей работе исследуется вопрос о том, какую ожидаемую прибыль может получить инвестор, использующий стратегии Каги или Ренко в случае, когда цена торгуемого актива описывается процессом X. Также рассматривается вопрос о реализации данными стратегиями арбитражных возможностей.

Под стратегией Каги понимается стратегия, описанная в работе [4], согласно которой количество актива X в портфеле инвестора в момент времени t задается следующим образом:

$$\gamma^{\mathrm{Kagi}}(t) = \sum_{m=1}^{M} \operatorname{sign}(X_{\kappa_{m-1}} - X_{\kappa^*_{m-1}})\,\mathbf{I}\{t \in [\kappa_{m-1}, \kappa_m)\}.$$

Здесь последовательность $(\kappa_m, \kappa^*_m)_{m\geqslant 0}$ является Каги H-построением для процесса X (см. определение ниже). Известно (см. [4], [1] и [2]), что прибыль инвестора от использования стратегии Каги на временном интервале $[0, \kappa_M]$ равна

$$V_M^{\mathrm{Kagi}} = \sum_{m=1}^{M} (-1)^{m+1} \operatorname{sign}(X_{\kappa_0} - x_0)(X_{\kappa_m} - X_{\kappa_{m-1}}).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Спиряев М. А.* О некоторых свойствах стратегий Каги и Ренко для случайного блуждания. — Теория вероятн. и ее примен., 2011, т. 56, в. 2, с. 279–300.
2. *Спиряев М. А.* О некоторых свойствах стратегий Каги и Ренко для броуновского движения. — Вестник МГУ, сер. матем., мех., 2012, № 2, в печати.
3. *Спиряев М. А.* Свойства моментов Каги и Ренко для однородных диффузионных процессов. — Матем. заметки, в печати.
4. *ПастуховС. В.* О некоторых вероятностно-статистических методах в техническом анализе. — Теория вероятн. и ее примен., 2004, т. 49, в. 2, с. 297–316.
5. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, 1998.
6. *Nison S.* Beyond Candlesticks: New Japanese Charting Techniques Revealed. N. Y.: Wiley, 1994.
7. *Ширяев А. Н.* О мартингальных методах в задачах о пересечении границ броуновским движением. — В сб.: Современные проблемы математики. В. 8. М.: МИАН, 2007, с. 3–78.

Поступила в редакцию
18.VII.2011