

ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 29 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2022

ДВАДЦАТЬ ШЕСТАЯ
ВСЕРОССИЙСКАЯ ШКОЛА-КОЛЛОКВИУМ
ПО СТОХАСТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ
(ОСЕННИЙ СЕМЕСТР)

ДВАДЦАТЬ ТРЕТИЙ
ВСЕРОССИЙСКИЙ СИМПОЗИУМ
ПО ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ МАТЕМАТИКЕ
(ОСЕННЯЯ ОТКРЫТАЯ СЕССИЯ)

19 сентября — 9 октября 2022 г.
п. Дагомыс – г. Сочи

Научные доклады
Часть I

Под редакцией *И. А. Соколова,*
А. К. Горшенина, А. Р. Симонына, В. И. Хохлова, С. Я. Шоргина

МОСКВА • «ОПиПМ» • 2022

[DOI https://doi.org/10.52513/08698325_29_1_3]

**XXVI ВСЕРОССИЙСКАЯ
ШКОЛА-КОЛЛОКВИУМ
ПО СТОХАСТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ
(осенний семестр, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)**

**XXIII ВСЕРОССИЙСКИЙ СИМПОЗИУМ
ПО ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
МАТЕМАТИКЕ
(осенняя открытая сессия, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)**

**ОРГАНИЗАТОРЫ И СПОНСОРЫ
ШКОЛЫ-КОЛЛОКВИУМА И СИМПОЗИУМА**

- Управление по науке и образованию Администрации г. Сочи
- Сочинский государственный университет, в т. ч.
Факультет информационных технологий и математики
- Федеральный исследовательский центр «Субтропический научный центр РАН» *
- Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН
- Академия криптографии Российской Федерации
- Кафедра математической статистики * Факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова
- Кафедра математической статистики и случайных процессов * механико-математического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова
- Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова *
- Редакции журналов: «Информатика и ее применения»; «Обзорные прикладной и промышленной математики» (ОПиПМ); «Прикладная информатика»; «Теория вероятностей и ее применения» (Научное издательство «ТВП»)
- Российский национальный комитет по индустриальной и прикладной математике

Объединенный Оргкомитет школы-коллоквиума и симпозиума

Академик И. А. Соколов (председатель),
В. Н. Захаров (зам. председателя),
академик В. А. Бабешко, академик А. А. Боровков, академик Ю. Г. Евтушенко,
академик И. А. Ибрагимов, академик Б. С. Кашин, академик В. И. Колесников,
академик С. В. Кисляков, академик А. Б. Куржанский, академик В. П. Маслов,
академик В. А. Сойфер, академик Б. Н. Четверушкин,
академик А. Н. Ширяев, академик В. П. Шорин,
член-корр. Д. А. Губайдуллин, член-корр. А. В. Ильин, член-корр. А. Ф. Титов,
И. В. Гайдамашко, Д. В. Георгиевский *, А. К. Горшенин, А. М. Зубков, А. В. Князев,
В. Ю. Королев, О. Н. Медведева, А. Ф. Ронжин, А. Р. Симонян,
В. И. Хохлов, А. М. Шойтов *, С. Я. Шоргин

**Программный комитет Всероссийских школ-коллоквиумов
по стохастическим методам**

Академик А. А. Боровков * (председатель),
Н. Г. Гамкрелидзе, А. А. Грушо, А. А. Гуцин, А. Ю. Зайцев *, В. Ю. Королев, В. И. Лотов,
Ю. Л. Павлов, А. В. Прохоров *, В. В. Ульянов, С. Я. Шоргин.

**Оргбюро Всероссийских симпозиумов
по прикладной и промышленной математике**

Академик И. А. Соколов (председатель),
В. И. Астафьев, Г. И. Белявский, Л. Ф. Вьюненко, Л. И. Герасимова (секретарь),
В. В. Мазалов, А. Р. Симонян, Е. И. Улитина, В. И. Хохлов (зам. председателя)

Локальный Оргкомитет

Профессор А. Р. Симонян (председатель),
Е. И. Улитина (зам. председателя),
И. Л. Макарова, С. Ж. Симаворян, Э. А. Пилюсян.

(* На момент подписания сдачи в набор — в стадии согласования.)

Научная программа Школы-коллоквиума (список А)

- | | |
|---|--|
| <p>A1. Теория случайных процессов и полей.</p> <p>A2. Математическая статистика. Стохастическая оптимизация.</p> <p>A3. Стохастические аспекты задач передачи, обработки и защиты информации.</p> | <p>A4. Вероятностные методы в алгебре, анализе, геометрии, дискретной математике и математической физике.</p> <p>A5. Вероятностные аспекты теории функций и функционального анализа.</p> <p>A6. Фундаментальные исследования в экономике и страховании. Стохастические методы в банковском деле.</p> |
|---|--|

Научная программа симпозиума

- | | | |
|---|---|--|
| <p>B1. Безопасность компьютерных систем.</p> <p>B2. Геометрическая нелинейная оптика.</p> <p>B3. Инженерно-технологическая математика.</p> <p>B4. Информационные технологии и задачи связи.</p> <p>B5. Квантовые вычисления.</p> <p>B6. Математические модели для биологических и экологических систем.</p> <p>B7. Математические модели для жидких кристаллов.</p> <p>B8. Математические методы в педагогических исследованиях.</p> <p>B9. Математические модели в теории оболочек.</p> <p>B10. Математическое моделирование процессов рассеяния примесей в турбулентной атмосфере.</p> <p>B11. Математическое моделирование свойств материалов и конструкций.</p> <p>B12. Математическое образование.</p> | <p>B13. Медицина.</p> <p>B14. Метод конечных элементов.</p> <p>B15. Механика жидкости и газа.</p> <p>B16. Механика природных процессов.</p> <p>B17. Механика разрушения.</p> <p>B18. Модели горения и взрыва.</p> <p>B19. Нанотехнологии: математические модели.</p> <p>B20. Науки о Земле, геология, геофизика.</p> <p>B21. Неклассические задачи для уравнений математической физики.</p> <p>B22. Некорректные, обратные и условно корректные задачи.</p> <p>B23. Нелинейное моделирование и управление.</p> <p>B24. Обработка данных, анализ и обработка изображений.</p> <p>B25. Прикладная вероятность и статистика.</p> <p>B26. Прикладная геометрия. Обработка и распознавание образов.</p> <p>B27. Прикладная дискретная математика. Обработка и защита информации.</p> | <p>B28. Системы поддержки принятия решений для регионального управления.</p> <p>B29. Социология. Психология.</p> <p>B30. Специальные функции и ортогональные многочлены.</p> <p>B31. Супер-, нейро-, биокомпьютеры. Эволюционные и мембранные вычисления.</p> <p>B32. Теория управления и системные исследования. Процессы принятия решений.</p> <p>B33. Тепло- и массоперенос.</p> <p>B34. Физика океана и атмосферы.</p> <p>B35. Фракталы и масштабный эффект.</p> <p>B36. Экономика, страховая и финансовая математика.</p> <p>B37. Энергетика и передача энергии.</p> <p>B38. Юриспруденция. Криминалистика.</p> <p>B39. История российской прикладной математики.</p> <p>B40. Математика чрезвычайных ситуаций.</p> |
|---|---|--|

**XXVI ВСЕРОССИЙСКАЯ
ШКОЛА-КОЛЛОКВИУМ
ПО СТОХАСТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ**
(осенний семестр, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)

**XXIII ВСЕРОССИЙСКИЙ СИМПОЗИУМ
ПО ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
МАТЕМАТИКЕ**
(осенняя открытая сессия, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)

СОДЕРЖАНИЕ

**Научные доклады осеннего семестра
XXVI Всероссийской школы-коллоквиума
по стохастическим методам**

Пленарный доклад

- Хохлов В. И.* «Септаккорд» методов поиска вероятностных характеристических моментных тождеств и пятый элемент. (К пятидесятилетию метода Стейна) 1

Секционные и расширенные секционные доклады

- Калинкин А. В., Кудряшов С. С.* О квазистационарном распределении в марковском процессе эпидемии $SIS T_1 + T_2 \rightarrow 2T_2; T_2 \rightarrow T_1$ 5
- Ковалевский А. П., Закревская Н. С.* Функциональная центральная предельная теорема для процессов количеств непустых урн в бесконечных урновых моделях. 6
- Пастухова Ю. И.* Об асимптотическом поведении последовательности функций биномиальных случайных величин 8
- Стафеев С. В.* О размерности смешанных гауссовских деревьев с латентными переменными 9
- Тихов М. С.* О характеристике распределения Пуассона 10

**Научные доклады
осенней открытой сессии XXIII Всероссийского симпозиума
по прикладной и промышленной математике**

Пленарные доклады

- Астафьев В. И.* Моделирование течения вязкой жидкости по трубам с проницаемыми стенками 11
- Холодовский С. Е.* О влиянии сильно (слабо) проницаемых пленок на процессы тепломассопереноса 13

**XXVI ВСЕРОССИЙСКАЯ
ШКОЛА–КОЛЛОКВИУМ
ПО СТОХАСТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ
(осенний семестр, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)**

Секция «Вероятностные аспекты теории функций
и функционального анализа»

ХОХЛОВ В. И.

**«СЕПТАККОРД» МЕТОДОВ ПОИСКА
ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИЗАЦИОННЫХ
МОМЕНТНЫХ ТОЖДЕСТВ И ПЯТЫЙ ЭЛЕМЕНТ
(К ПЯТИДЕСЯТИЛЕТИЮ МЕТОДА СТЕЙНА) ^{1) 2)}**

УДК 519.2

DOI <https://doi.org/10.52513/08698325-2022-29-1-7>

Новый метод получения моментных характеристических тождеств типа тождества Стейна изложен в контексте методов, разработанных для этой цели ранее. В основе метода лежит функционально-операторный подход.

Ключевые слова и фразы: аннулятор вероятностной меры, моментный оператор, ортогональные многочлены, производящий оператор, характеристизатор вероятностной меры, характеристизации типа характеристизаций Стейна–Чена, характеристическое тождество.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Afendras G., Balakrishnan N., Papadatos N. Orthogonal polynomials in the cumulative Ord family and its application to variance bounds. — *Statistics*. 2018, v. 52, is. 2, p. 364–392.
2. An Introduction to Stein’s Method. /Ed. by A. D. Barbour, L. H. Y. Chen. Singapore: Singapore Univ. Press/World Sci. Publ., 2005. (Ser. Lect. Notes. V. 4.)
3. Chen L. H. Y. Poisson approximation for dependent trials. — *Ann. Probab.*, 1975, v. 3, № 3, p. 535–545.
4. Diaconis P. Stein’s method for Markov chains: first examples. In: Stein’s Method: Expository Lectures and Applications. / Ed. by P. Diaconis, S. Holmes. Beachwood, Ohio: Inst. Math. Statist., 2004, p. 27–43. (Ser. Inst. Math. Statist. Lect. Notes–Monograph ser. V. 46.)
5. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. V. II. 2nd ed. N. Y. etc.: Wiley, 1971, xxvi+669 p.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2022 г.

¹⁾ От Редакции. Публикуется по решению Программного комитета ВШКСМ в качестве пленарного доклада в осеннем семестре XXVI Всероссийской Школы–коллоквиума по стохастическим методам (Дагомыс–Сочи, 19 сентября–9 октября 2022 г.)

²⁾ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке (20% оклада) по плану НИР ФГБУН Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук (МИАН, директор — ак. Д. В. Трещев) на 2021–2023 годы в рамках госзадания «Проведение фундаментальных научных исследований (Фундаментальные научные исследования для долгосрочного развития и обеспечения конкурентоспособности общества и государства (47 ГП))», П. 1.1.1 (№ 0014-2019-0020), № гос. рег. АААА-А19-119102590042-6.

6. *Goldstein L., Reinert G.* Distributional transformations, orthogonal polynomials, and Stein characterizations. — J. Theoret. Probab., 2005, v. 18, № 1, p. 237–260. // *Гольдштейн Л., Райнерт Г.* Преобразования распределений, ортогональные многочлены и характеристики Стейна. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2006, т. 13, в. 1, с. 28–50. (Русск. перев.)
7. *Goldstein L., Reinert G.* Stein’s method for the Beta distribution and the Pólya–Eggenberger urn. — J. Appl. Probab., 2013, v. 50, № 4, p. 1187–1205.
8. *Götze F., Tikhomirov A. N.* Limit theorems for spectra of random matrices with martingale structure. — Theory Probab. Appl., 2007, v. 51, is. 1, p. 42–64. // Теория вероятн. и ее примен., 2006, т. 51, в. 1, p. 171–192.
9. *Гренандер У.* Вероятности на алгебраических структурах. / Пер. с англ. А. А. Петрова под ред. Ю. В. Прохорова. М.: Мир, 1965, 275 с. // *Grenander U.* Probabilities on Algebraic Structures. N. Y.–London: Wiley, 1963, 218 p.
10. *Хейер Х.* Вероятностные меры на локально-компактных группах. / Пер. с англ. В. Г. Миранцева, С. А. Молчанова, В. В. Ульянова под ред. В. В. Сазонова. М.: Мир, 1981, 701 с. // *Heyer H.* Probability Measures on Locally Compact Groups. Berlin–Heidelberg: Springer, 1977, x+532 p.
11. *Holmes S.* Stein’s method for birth and death chains. In: Stein’s Method: Expository Lectures and Applications. / Ed. by P. Diaconis, S. Holmes. Beachwood, Ohio: Inst. Math. Statist., 2004, p. 45–67. (Ser. Inst. Math. Statist. Lect. Notes–Monograph ser. V. 46.)
12. *Hudson H. M.* A natural identity for exponential families with applications in multiparameter estimation. — Ann. Statist., 1978, v. 6, № 3, p. 473–484.
13. *Kattumannil S. K.* On Stein Identity and Its Application. Statist. Probab. Lett., 2009, v. 79, is. 12, p. 1444–1449.
14. *Kolmogorov A. N., Fomin S. V.* Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis. 4th ed., revised. Moscow: Fizmatlit, 1976, 544 p. (In Russian.)
15. *Ley N., Reinert G., Swan Y.* Stein’s method for comparison of univariate distributions. — Probab. Surveys, 2017, v. 14, p. 1–52.
16. *Ley L., Swan Y.* A general parametric Stein characterization. — Statist. Probab. Lett., 2016, v. 111, is. 3, p. 67–71.
17. *Ley L., Swan Y.* A unified approach to Stein characterizations. — arXiv: 1105.4925v3 2011, 28 p. <https://archive.org/details/arxiv-1105.4925>
18. *Liu J. S.* Siegel’s formula via Stein’s identities. — Statist. Probab. Lett., 1994, v. 21, is. 3, p. 247–251.
19. *Marcinkiewicz J.* Sur une propriété de la loi de Gauss. — Math. Z., 1938, v. 44, p. 612–618.
20. *Prakasa Rao B. L. S.* Characterizations of distribution through some identities. — J. Appl. Probab., 1979, v. 16, № 4, p. 903–909.
21. *Reinert G.* Three general approaches to Stein’s method. In: An Introduction to Stein’s method. Lect. Notes Ser. Inst. Math. Sci. Nat. Univ. Singapore. V. 4. Singapore: Singapore Univ. Press, 2005, p. 183–221.
22. *Ross N.* Fundamentals of Stein’s method. — Probab. Surveys, 2011, v. 8, p. 210–293.
23. *Reinert G., Röllin A.* Multivariate normal approximation with Stein’s method of exchangeable pairs under a general linearity condition. — Ann. Probab., 2009, v. 37, № 6, p. 2150–2173.
24. *Schoutens W.* Orthogonal polynomials in Stein’s method. — J. Math. Anal. Appl., 2001, v. 253, p. 515–531.
25. *Stein C.* A bound for the error in the normal approximation to the distribution of a sum of dependent random variables. — In: Proceedings of the Sixth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. V. II. Probability Theory. Berkeley, CA: Univ. California Press, 1972, p. 583–602.

26. *Stein C.* Approximate Computation of Expectations. Hayward, CA: Inst. Math. Statist., Beachwood, Ohio: Inst. Math. Statist., 1986, iii+164 p. (Ser. Inst. Math. Statist. Lect. Notes–Monograph ser. V.7.)
27. *Teerapabolarn K.* Stein’s identity for discrete distributions. — *Internat. J. Pure Appl. Math.*, 2013, v. 83, №. 4, p. 565–573.
28. *Висков О. В., Максимов В. М., Хохлов В. И.* Аннуляторы, пред-аннуляторы и характеризаторы вероятностных мер. — В сб.: Международная научная конференция «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения–V». Материалы конференции. (Ростов-на-Дону, 26 апреля–1 мая 2015 г.). / Под ред. А. Н. Карапетянца и др. Ростов-на-Дону: Изд. центр ДГТУ, 2015, с. 178–180. // *Viskov O. V., Maksimov V. M., Khokhlov V. I.* Annulators, pre-annulators and characterizators of probabilistic measures. — In: International Conference “Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis—V” (Rostov-on-Don, 26 April – 1 May 2015). Ed. by A. N. Karapetyants et al. Rostov-on-Don: DSTU Publ. Center, 2015, p. 178–180. (In Russian.)
29. *Viskov V. M., Maksimov M. V., Khokhlov V. I.* Characterization properties of Liu identity for multidimensional Gaussian distribution and Wey–Zhang–Li identity for Beta distribution. — In: 8 International Congress on Industrial and Applied Mathematics. Program and Abstracts (Beijing, August 10–14, 2015). Section MS-Th-E-12-3. /Ed. by Z. Ma, L. Guo. Beijing: Beijing Univ., 2015, p. 257.
30. *Висков О. В., Максимов В. М., Хохлов В. И.* Характеризационное свойство тождества Вэй–Жанг–Ли для бета-распределения. — *Обзорение прикл. и промышл. матем.*, 2015, т. 22, в. 4, с. 447–449. // *Viskov V. M., Maksimov V. M., Khokhlov V. I.* Characterization property of Wey–Zhang–Li identity for Beta distribution. — *OP&PM Surveys Appl. Industr. Math.*, 2015, v. 22, is. 4, p. 447–449. (In Russian.)
31. *Висков О. В., Максимов В. М., Хохлов В. И.* Характеризации типа Стейна–Чена одномерных вероятностных распределений (новая редакция). — *Обзорение прикл. и промышл. матем.*, 2020, т. 27, в. 4, с. 289–306. // *Viskov O. V., Maksimov V. M., Khokhlov V. I.* Stein–Chen-like characterizations of one-dimensional probability distributions. (New edition.) — *OP&PM Surveys Appl. Industr. Math.*, 2020, v. 27, is. 4, p. 289–306. (In Russian.)
32. *Висков О. В., Прохоров Ю. В., Хохлов В. И.* Характеризационное тождество для распределения Паскаля. — *Обзорение прикл. и промышл. матем.*, 2013, т. 20, в. 4, с. 532–533. // *Viskov O. V., Prokhorov Yu. V., Khokhlov V. I.* Characterizing identity for Pascal distribution. — *OP&PM Surveys Appl. Industr. Math.*, 2013, v. 20, is. 4, p. 532–533. (In Russian.)
33. *Висков О. В., Прохоров Ю. В., Хохлов В. И.* Характеризационное тождество для биномиального распределения. — *Обзорение прикл. и промышл. матем.*, 2013, т. 20, в. 2, с. 136–137. // *Viskov O. V., Prokhorov Yu. V., Khokhlov V. I.* Characterizing identity for the binomial distribution. — *OP&PM Surveys Appl. Industr. Math.*, 2013, v. 20, is. 2, p. 136–137. (In Russian.)
34. *Волгин А. В.* Об оценке точности многомерной нормальной аппроксимации сумм локально зависимых случайных векторов. — *Обзорение прикл. и промышл. матем.*, 2015, т. 22, в. 4, с. 385–402. // *Volgin A. V.* Accuracy of multidimensional normal approximation for sums of locally dependent random vectors. — *OP&PM Surveys Appl. Industr. Math.*, 2015, v. 22, is. 4, p. 385–402. (In Russian.)
35. *Wey Zh., Zhang X., Li T.* On Stein identity, Chernoff inequality, and orthogonal polynomials. — *Commun. Statist. Theory Methods*, 2010, v. 39, is. 14, p. 2573–2593.

36. Висков О. В., Максимов В. М., Хохлов В. И. Характеризационные моментные тождества для равновероятного и равномерного распределений. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2015, т. 22, в. 1, с. 64–65. // *Viskov O. V., Maksimov V. M., Khokhlov V. I.* Characterizing moment identities for the uniform and equiprobable distribution. — OP&PM Surveys Appl. Industr. Math., 2015, v. 22, is. 1, p. 64–65. (In Russian.)

Поступила в редакцию
27.VIII.2022

UDC 519.2

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_7

Khokhlov V. I. (Moscow, Steklov Mathematical Institute of RAS). “**Seventh chord**” of methods for searching characterizing moment identities and the fifth element. (Dedicated to 50th anniversary of Stein’s method.) **Abstract:** A new method elaborated for obtaining Stein-like moment characterizing identities is founded and expounded in the framework of four methods which were known earlier. The method is based on the functional-operator approach.

Keywords: annihilator of probability measure, generating operator, moment operator, orthogonal polynomial, characterizator of the probability measure, characterizing identity, Stein–Chen-like characterization.

**XXVI ВСЕРОССИЙСКАЯ
ШКОЛА–КОЛЛОКВИУМ
ПО СТОХАСТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ
(осенний семестр, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)**

Секционные и расширенные секционные доклады

А. В. Калинин, С. С. Кудряшов (Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана).
О квазистационарном распределении в марковском процессе эпидемии SIS
 $T_1 + T_2 \rightarrow 2T_2$; $T_2 \rightarrow T_1$.

УДК 519.21

DOI https://doi.org/10.52513/08698325.2022.29_1.25

Резюме: Для марковского процесса эпидемии SIS приведены результаты статистического моделирования.

Ключевые слова: квазистационарное распределение, марковский процесс в четверти плоскости, нормальный закон.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_modelling_of_infectious_disease
https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology
2. *Кудряшов С. С.* Стохастические аналоги основных детерминированных моделей эпидемий. Дипломная работа. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014, 144 с. // *Kudryashov S. S.* Stochastic analogues of the main deterministic models of epidemics. Graduation thesis. Moscow: Bauman Moscow State Technical University, 2014, 144 p. (In Russian.)
3. *Калинкин А. В.* Статистическое моделирование дискретных марковских систем с взаимодействием. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017, 44 с. // *Kalinkin A. V.* Statistical modeling of Markov discrete systems with interaction. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publishers, 2017, 44 p. (In Russian.) <https://bmstu.press/catalog/item/4847/>
4. *Калинкин А. В., Баварова Л. В.* О квазистационарном распределении марковского ветвящегося процесса со схемой взаимодействий $2T \rightarrow T$; $T \rightarrow 0, 2T$. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2011, т. 18, в. 2, с. 245–246. // *Kalinkin A. V., Bavarova L. V.* On the quasi-stationary distribution of a Markov branching process with an interaction scheme $2T \rightarrow T$; $T \rightarrow 0, 2T$. — OP&PM Surveys Appl. Industr. Math., 2011, v. 18, is. 2, p. 245–246. (In Russian.)

Поступила в редакцию
26.VIII.2022

UDC 519.21

DOI https://doi.org/10.52513/08698325.2022.29_1.25

Kalinkin A. V., Kudryashov S. S. (Moscow, Bauman Moscow State Technical University). **On quasi-stationary distribution in the Markov process of an epidemic SIS $T_1 + T_2 \rightarrow 2T_2$; $T_2 \rightarrow T_1$.**

Abstract: For the Markov process of the SIS epidemic, the results of statistical modeling are presented.

Keywords: Markov process in a quarter of the plane, quasi-stationary distribution, normal distribution.

А. П. Ковалевский, Н. С. Закревская (Новосибирск, НГТУ, НГУ).
**Функциональная центральная предельная теорема для процессов количеств
 непустых урн в бесконечных урновых моделях.**

УДК 519.233

DOI <https://doi.org/10.52513/08698325.2022.29.1.27>

Резюме: Изучается совместное распределение двух процессов количеств непустых урн в бесконечной урновой схеме. Первый процесс подсчитывает количество непустых урн в прямом направлении времени (от первого шара к последнему), а второй — в обратном. Нами доказана функциональная центральная предельная теорема для разности этих процессов.

Ключевые слова: бесконечная урновая модель, гауссовский процесс, слабая сходимость.

Исследование поддержано Математическим центром в Академгородке в соответствии с соглашением № 075-15-2019-1675 с Минобрнауки России.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bahadur R. R.* On the number of distinct values in a large sample from an infinite discrete distribution. — Proc. Nat. Inst. Sci. India, 1960, v. 26 A, Supp. II, p. 67–75.
2. *Barbour A. D., Gnedin A. V.* Small counts in the infinite occupancy scheme. — Electronic J. Probab., 2009, v. 14, Paper no. 13, p. 365–384.
3. *Chakrabarty A., Chebunin M., Kovalevskii A., Pupyshchev I., Zakrevskaya N., Zhou Q.* A statistical test for correspondence of texts to the Zipf–Mandelbrot law. — Siberian Electron. Math. Rep., 2020, v. 17, c. 1959–1974.
4. *Chebunin M. G.* Functional central limit theorem in an infinite urn scheme for distributions with superheavy tails. — Siberian Electron. Math. Rep., 2017, v. 14, p. 1289–1298.
5. *Chebunin M., Kovalevskii A.* Functional central limit theorems for certain statistics in an infinite urn scheme. — Statist. Probab. Lett., 2016, v. 119, p. 344–348.
6. *Chebunin M., Kovalevskii A.* A statistical test for the Zipf’s law by deviations from the Heaps’ law. — Siberian Electron. Math. Rep., 2019, v. 16, p. 1822–1832.
7. *Chebunin M., Zuyev S.* Functional central limit theorems for occupancies and missing mass process in infinite urn models. — J. Theor. Probab., 2022, v. 35, is. 1, p. 1–19.
8. *Durieu O., Wang Y.* From infinite urn schemes to decompositions of self-similar Gaussian processes. — Electron. J. Probab., 2016, v. 21, Paper no. 43. p. 1–23.
9. *Durieu O., Samorodnitsky G., Wang Y.* From infinite urn schemes to self-similar stable processes. — Stochastic Process. Appl., 2020, v. 130, is. 4, p. 2471–2487.
10. *Dutko M.* Central limit theorems for infinite urn models. — Ann. Probab., 1989, v. 17, № 3, p. 1255–1263.
11. *Gnedin A., Hansen B., Pitman J.* Notes on the occupancy problem with infinitely many boxes: general asymptotics and power laws. — Probab. Surv., 2007, v. 4, p. 146–171.
12. *Karlin S.* Central limit theorems for certain infinite urn schemes. — J. Math. Mech. (Indiana Univ. Math. J.), 1967, v. 17, № 4, p. 373–401.
13. *Zakrevskaya N., Kovalevskii A.* An omega-square statistics for analysis of correspondence of small texts to the Zipf–Mandelbrot law. — In: Applied Methods of Statistical Analysis. Statistical Computation and Simulation–AMSA’2019. V International Workshop. (Novosibirsk, September 18–20, 2019.) Proceedings. / Ed. by B. Lemeshko, M. Nikitin, N. Balakrishnan. Novosibirsk: Novosibirsk State Techn. Univ. Publ., 2019, p. 488–494.

Поступила в редакцию
03.IX.2022

UDC 519.233

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_27

Kovalevskii A. P., Zakrevskaya N. S. (Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk State University). **Functional Central Limit Theorem for processes of numbers of nonempty urns in an infinite urn model.**

Abstract: We study the joint distribution of two processes of numbers of non-empty urns in an infinite urn model. The first process counts numbers of non-empty urns in forward time (from the first ball to the last), the second does it in backward time. We prove the Functional Central Limit Theorem for the difference of these processes.

Keywords: infinite urn model, Gaussian process, weak convergence.

Ю. И. Пастухова (Москва, ЦЭМИ РАН). **Об асимптотическом поведении последовательности функций биномиальных случайных величин** ³⁾.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pastukhova Yu. I.* Applying the maximum likelihood method for constructing asymptotically effective nonparametrical estimators of functionals from the regressions function. В сб.: Аналитические и вычислительные методы в теории вероятностей и ее приложениях (АВМТВ-2017). Материалы международной научной конференции. (Москва, 23–27 октября 2017 г.) / Под ред. А. В. Лебедева. М.: РУДН, 2017, с. 239–243. // In: Analytical and Computational Methods in Probability Theory and Its Applications (АСМРТ). Proceedings of the International Scientific Conference. (Moscow, October 23–27, 2017). /Ed. by A. V. Lebedev. Moscow: RUDN Univ., 2017, p. 239–243.

Поступила в редакцию
11.VIII.2021

UDC 519.214

DOI <https://doi.org/10.52513/08698325.2022.29.1.29>

Pastukhova Yu. I. (Moscow, Central Economics and Mathematical Institute RAS). **On the asymptotic behavior of a sequence of functions in binomial random variables.**

Abstract: The asymptotic behavior of a certain sequence of functions in binomial random variables is established.

Keywords: binomial random variable, sequence of random variables.

³⁾ От Редакции. Доклад был представлен в осеннем семестре XXV Всероссийской школы-коллоквиума по стохастическим методам (Дагомыс–Сочи, 19 сентября–8 октября 2021 г.), но из-за технической ошибки публикуется в данном выпуске.

С. В. Стафеев (Петрозаводск, ИПМИ КарНЦ РАН). **О размерности смешанных гауссовских деревьев с латентными переменными.**

УДК 519.237.7

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_31

Резюме: Рассматриваются смешанные гауссовские деревья с латентными переменными. Найдена размерность рассматриваемых моделей.

Ключевые слова: гауссовские деревья, идентифицируемость, латентные переменные, размерность модели.

Финансовое обеспечение исследований осуществлялось из средств федерального бюджета на выполнение государственного задания КарНЦ РАН (Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Handbook of Graphical Models. / Ed. by M. Maathuis, M. Drton, S. Lauritzen, M. Wainwright. Boca Raton–London–N. Y.: Chapman & Hall/CRC., 2018, 554 p.
2. *Shiers N., Zwiernik P., Aston J. A. D., Smith J. Q.* The correlation space of Gaussian latent tree models and model selection without fitting. — *Biometrika*, 2016, v. 103, № 3, p. 531–545.

Поступила в редакцию
23.IX.2022

UDC 519.237.7

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_31

Stafeev S. V. (Petrozavodsk, Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre Russian Academy of Sciences). **On the dimension of mixed Gaussian latent tree models.**

Abstract: The evaluation problem for the dimension of Gaussian latent tree models is considered. The value of the dimension for such models is obtained.

Keywords: Gaussian tree models, identifiability, latent variables, model dimension.

М. С. Тихов (Нижний Новгород, ННГУ). **О характеристике распределения Пуассона.**

УДК 519.2

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_32

Резюме: В 1986 г. Ч. Стейн дал доказательство характеристики распределения Пуассона. Используя соотношения между начальными моментами, мы даем другое доказательство этой характеристики.

Ключевые слова: распределение Пуассона, соотношения для моментов, характеристика распределений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stein C.* A bound for the error in the normal approximation to the distribution of a sum of dependent random variables. — In: Proceedings of the Sixth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. V. II. Probability Theory. Berkeley, CA: Univ. California Press, 1972, p. 583–602.
2. *Chen L. H. Y.* Poisson approximation for dependent trials. — Ann. Probab., 1975, v. 3, № 3, p. 535–545.
3. *Barbour A. D., Holst L., Janson S.* Poisson Approximation. Oxford–N. Y.: Clarendon Press/Oxford Univ. Press, 1992, 288 p. (Ser. Oxford Studies in Probability. V. 2.)
4. *Stein C.* Approximate Computation of Expectations. Hayward, CA: Inst. Math. Statist., Beachwood, Ohio: Inst. Math. Statist., 1986, iii+164 p. (Ser. Inst. Math. Statist. Lect. Notes–Monograph ser. V. 7.)
5. *Кендалл М., Стюарт А.* Теория распределений. М.: Наука, 1966, 588 с. // *Kendall M., Stuart A.* The Advanced Theory of Statistics. V. 1. Distribution Theory. London: Charles Griffin, 1945, 457 p.

Поступила в редакцию
30.VIII.2022

UDC 519.2

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_32

Tikhov M. S. (Nizhny Novgorod, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod). **On the characterization of the Poisson distribution.**

Abstract: In 1986 Ch. Stein proved a characterization of the Poisson distribution. Based on the relationships for the moments of the Poisson distribution, we give another proof of this characterization.

Keywords: characterization, Poisson distribution, relations for the moments.

**XXIII ВСЕРОССИЙСКИЙ СИМПОЗИУМ
ПО ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
МАТЕМАТИКЕ**
(осенняя открытая сессия, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)

Секция «Механика жидкости и газа»

АСТАФЬЕВ В. И.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ
ПО ТРУБАМ С ПРОНИЦАЕМЫМИ СТЕНКАМИ ¹⁾**

УДК 532.542.3 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_35

Сформулированы основные уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости по горизонтальным проницаемым трубопроводам и методы их решения.

Ключевые слова: вязкая несжимаемая жидкость, горизонтальные трубы, проницаемые стенки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Регирер С. А.* О приближенной теории течения вязкой несжимаемой жидкости в трубах с пористыми стенками. — Изв. ВУЗов. Математика, 1962, № 5 (30), с. 65–74. // *Regirer S. A.* Approximate theory of the flow of a viscous incompressible fluid in pipes with porous walls. — *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat. (Russian Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika))*, 1962, № 5 (30), p. 65–74. (In Russian.)
2. *Чесноков Ю. Г.* Течение жидкостей по трубкам с проницаемыми стенками при наличии проскальзывания на стенке. — Изв. Санкт-Петербургского гос. технол. ин-та (техн. ун-та), 2018, в. 47 (73), с. 102–107. // *Chesnokov Yu. G.* The flow of fluids through tubes with permeable walls in the presence of slippage on the wall. — *Bull. Saint Petersburg State Inst. Technol. (Techn. Univ.)* 2018, is. 47 (73), p. 102–107. (In Russian.)
3. *Гамзаев Х. М.* Моделирование нестационарного течения несжимаемой жидкости в перфорированном трубопроводе. — Вестник Томского гос. ун-та. Математика и механика, 2021, № 72, с. 60–69. // *Gamzaev Kh. M.* Simulation of an unsteady incompressible fluid flow through a perforated pipeline. — *Tomsk State Univ. J. Math. Mech.*, 2021, № 72, p. 60–69. (In Russian.)
4. *Joshi S. D.* Horizontal Well Technology. Tulsa, OK: PennWell Publ. Co., 1991, xiii+535 p. // *Джоши С. Д.* Основы технологии горизонтальной скважины. Пер. с англ. и науч.-техн. ред. В. Ф. Будникова, Е. Ю. Проселкова, Ю. М. Проселкова. Краснодар: Сов. Кубань, 2003, 422 с.
5. *Ouyang L.-B.* Single Phase and Multiphase Fluid Flow in Horizontal Wells. Dissertation Thesis. Stanford: Stanford Univ., 1998, xx+248 p.

Поступила в редакцию
31.VIII.2022

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2022 г.

¹⁾ От Редакции. Публикуется по решению Объединенного Оргкомитета ВСППМ в качестве пленарного доклада на осенней открытой сессии XXIII Всероссийского Симпозиума по прикладной и промышленной математике (Дагомыс–Сочи, 19 сентября–9 октября 2022 г.)

UDC 532.542.3

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_35

Astafev V. I. (Samara, Samara Research and Design Institute of Oil Production, LLC). **Modeling of the viscous fluid flow through pipes with permeable walls.**

Abstract: Basic equations of motion of a viscous incompressible fluid flow through a horizontal permeable pipeline are considered, and methods for solving these equations are described.

Keywords: horizontal pipes, permeable walls, viscous incompressible fluid.

XXIII ВСЕРОССИЙСКИЙ СИМПОЗИУМ
ПО ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
МАТЕМАТИКЕ

(осенняя открытая сессия, 19 сентября — 9 октября 2022 г.)

Секция «Тепло- и массоперенос»

ХОЛОДОВСКИЙ С. Е.

О ВЛИЯНИИ СИЛЬНО (СЛАБО)
ПРОНИЦАЕМЫХ ПЛЕНОК
НА ПРОЦЕССЫ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ¹⁾

УДК 517.956 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_39

Резюме: Рассмотрены краевые задачи для уравнения Пуассона на плоскости с обобщенными условиями сопряжения на прямой. Задачи моделируют процессы тепло- и массопереноса на плоскости, содержащей сильно- или слабо проницаемую пленку. Получены явные решения задач, из которых выведены некоторые закономерности влияния пленок на процессы.

Ключевые слова: метод свертывания разложений Фурье, слабо проницаемые пленки, сильно проницаемые пленки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Холодовский С. Е.* Метод свертывания разложений Фурье. Случай обобщенных условий сопряжения типа трещины (завесы) в кусочно-неоднородных средах. — Дифф. уравнения, 2009, т. 45, № 6, с. 855–859. // *Kholodovskii S. E.* The convolution method of Fourier expansions. the case of generalized transmission conditions of crack (screen) type in piecewise inhomogeneous media. — Differential Equations, 2009, v. 45, № 6, p. 873–877. Поступила в редакцию 18.VIII.2022

UDC 517.956 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_39

Kholodovskii S. E. (Chita, Trans-Baikal State University). **On the influence of strongly (weakly) permeable films on the processes of heat and mass transfer.**

Abstract: Problems for the Poisson equation on a plane with generalized conjugation conditions on a straight line are considered. The differential model simulate the processes of heat and mass transfer on a plane containing a strongly or weakly permeable film. Explicit solutions of problems have been obtained, from which some regularities of the influence of films on processes have been derived.

Keywords: method of convolution of Fourier expansions, strongly permeable film, weakly permeable film.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2022 г.

¹⁾ От Редакции. Публикуется по решению Объединенного Оргкомитета ВСПИМ в качестве пленарного доклада на осенней открытой сессии XXIII Всероссийского Симпозиума по прикладной и промышленной математике.